X SeMat

SEMANA DE MATEMÁTICA

A Formação de Professores
de Matemática em Debate

01 a 05 de Novembro de 2010
Ji-Paraná - RO - Brasil

Anais

Fundação Universidade Federal de Rondônia
Departamento de Matemática e Estatística
Campus de Ji-Paraná

Fundação Universidade Federal de Rondônia
Departamento de Matemática e Estatística
Campus de Ji-Paraná

ISBN 978-85-7764-034-8

X SEMANA DE MATEMÁTICA

A Formação de Professores de Matemática em Debate

Anais da X Semana de Matemática
ISBN 978-85-7764-034-8
EDUFRO

01 a 05 de novembro de 2010
Ji-Paraná – RO – Brasil

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

COMISSÃO ORGANIZADORA

Coordenação Geral
Prof. Ms. Marlos Gomes de Albuquerque

Coordenação Científica
Prof. Ms. Emerson da Silva Ribeiro

Coordenação de Patrocínio
Prof. Dr. Ariveltom Cosme da Silva

Coordenação de Oficinas e Minicursos
Prof. Ms. Lenilson Sérgio Candido

Coordenação de Divulgação
Prof. Ms. Ana Fanny Benzi de Oliveira Bastos

Coordenação de Certificados
Prof. Ms. Reginaldo Tudeia dos Santos

Coordenação de Informática
Esp. Ewerton Rodrigues Andrade

Comissão de Elaboração dos ANAIS
Prof. Ms. Emerson da Silva Ribeiro
Esp. Ewerton Rodrigues Andrade
Acad. Jaquelyne Macedo Ortega

Comissão Científica
Prof^{a}. Dr^{a}. Aparecida Augusta da Silva
Prof. Dr. Ariveltom Cosme da Silva
Prof. Ms. Emerson da Silva Ribeiro
Prof. Ms. Kécio Gonçalves Leite
Prof. Ms. Lenilson Sérgio Cândido
Prof. Ms. Marlos Gomes de Albuquerque
Prof. Ms. Reginaldo Tudeia dos Santos
Prof. Ms. Sérgio Candido de Gouveia Neto

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO **4**

PROGRAMAÇÃO GERAL **5**

PROGRAMAÇÃO DETALHADA **6**

RESUMOS EXPANDIDOS **10**
A CONTEXTUALIZAÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA . 11
O ENSINO MÉDIO COM REDUÇÃO DE CARGA HORÁRIA DE MATEMÁTICA NA CIDADE DE JI-PARANÁ. COMO ANDA? 17
O ENSINO LÚDICO NA TABUADA DE MULTIPLICAÇÃO 22
AS MUDANÇAS CURRICULARES NO ENSINO MÉDIO E SUAS IMPLICAÇÕES NAS ESCOLAS PÚBLICAS DE JI-PARANÁ 32
PROPRIEDADES DOS NÚMEROS PRIMOS 39
REFLEXÕES E RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS 50
PROSPOSTA DE PESQUISA SOBRE FRAÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO 58
A INFLUÊNCIA DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL: CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DE ACADÊMICOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA. 64
MODELAGEM MATEMÁTICA COM RECURSOS HÍDRICOS 68

ARTIGOS COMPLETOS **73**
HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGUMAS DE SUAS APLICAÇÕES .. 74
MATEMÁTICA E MÚSICA: UM PASSEIO HISTÓRICO 84
ORIGEM E DESENVOLVIMENTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA 95
CÁLCULO MENTAL E OS LIVROS DIDÁTICOS 107
O CURRÍCULO EM REDE E A TRANSVERSALIDADE COMO ELEMENTOS DE TRANSFORMAÇÃO DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA 115
ETNOMATEMÁTICA NO CURSO SUPERIOR PARA INDÍGENAS: POSSIBILIDADES DE DIÁLOGO ENTRE CONHECIMENTO ESCOLAR E SABER/FAZER 127
CONDIÇÕES DE SAÚDE DOS PROFESSORES DA ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS NA REDE ESCOLAR - MUNICIPAL E ESTADUAL DE ARIQUEMES, RONDÔNIA, BRASIL. 137
MAPA DE CURVAS DE NÍVEL E SUPERFÍCIE 3D DA ZONA URBANA DE JI-PARANÁ. ESTATÍSTICA COM O PROGRAMA SURFER 147

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8

APRESENTAÇÃO

O Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, Campus de Ji-Paraná, realiza desde o ano de 2001 uma semana de discussões com intuito de divulgar para a comunidade os trabalhos científicos desenvolvidos por pesquisadores da UNIR e de outras instituições na área de Matemática e de seu ensino, tendo como objetivo principal contribuir com a formação de seus acadêmicos, com a formação continuada da comunidade e com o desenvolvimento dessa área de conhecimento.

O evento, que mantém uma média de 300 participantes, iniciou com a necessidade de divulgação dos trabalhos de um curso de especialização na área de Educação Matemática e tornou-se ao longo dos anos um evento tradicional do Campus, abrigando trabalhos dos cursos de Matemática, Física, Engenharia Ambiental, e mais recentemente Estatística.

Durante a semana de discussões são apresentadas palestras por professores do Campus e professores e pesquisadores convidados, além da apresentação de comunicações orais de trabalhos científicos, pôsteres de pesquisas em andamento, bem como oficinas e minicursos.

O evento congrega toda a comunidade rondoniense, principalmente pesquisadores e professores da área, alunos de graduação e estudantes do Ensino Fundamental e Médio.

Desta forma, pretende-se com a **SEMANA DE MATEMÁTICA** socializar experiências educacionais e de pesquisa entre discentes, docentes e a comunidade em geral. Além disso, os palestrantes convidados não somente contribuem com suas experiências, mas também têm a oportunidade de conhecer a região e os trabalhos científicos realizados pela instituição.

ISBN 978-85-7764-034-8

PROGRAMAÇÃO GERAL

Dia 01/11/2010 – Segunda-feira

8h às 12h – **Minicursos e Oficinas**

14h às 17h – **Minicursos e Oficinas**

19h às 22h – **Minicursos e Oficinas**

Dia 02/11/2010 – Terça-feira

FERIADO

Dia 03/11/2010 – Quarta-feira

8h às 12h – **Minicursos**

14h às 17h – **Oficinas**

19h às 19h30 – **Apresentação Cultural**

19h45 às 21h45 – **Palestra**

Dia 04/11/2010 – Quinta-feira

8h às 12h – **Minicursos**

14h às 17h – **Comunicações Orais**

19h30 às 21h30 – **Palestra**

Dia 05/10/2010 – Sexta-feira

8h às 12h – **Minicursos**

14h às 17h – **Minicursos**

19h às 20h – **Pôsteres**

20h às 21h30 – **Palestra**

21h30 às 22h – **Encerramento**

ISBN 978-85-7764-034-8

PROGRAMAÇÃO DETALHADA

SEGUNDA-FEIRA – 01 DE NOVEMBRO DE 2010

8h às 12h – **MINICURSOS**

MC 01 – Recursos Pedagógicos para Matemática no Ensino Fundamental
Ministrante: Prof. Ms. Reginaldo Tudeia dos Santos

MC 02 – Introdução ao Software Estatístico R
Ministrante: Prof. Ms. Dílson Evangelista

MC 06 – Análises e Estatísticas no Excel
Ministrante: Profª. Ms. Roziane Sobreira

8h às 12h – **OFICINA**

OF 01 – O Professor e os Aspectos da Matemática na Legislação Trabalhista e Previdência
Ministrante: Profª. Ms. Ana Fanny e Profª Maria Priscila

14h às 17h – **MINICURSOS**

MC 05 – Arranjo Espacial das Moléculas
Ministrante: Profª. Drª. Beatriz Machado Gomes

MC 07 – Software Surfer e Aplicações
Ministrante: Prof. Dr. Ariveltom Cosme da Silva

14h às 17h – **OFICINAS**

OF 01 – O Professor e os Aspectos da Matemática na Legislação Trabalhista e Previdência
Ministrante: Profª. Ms. Ana Fanny e Profª Maria Priscila

OF 02 – Resolução de Problemas: Trilhando caminhos de Malba Tahan
Ministrante: Profª. Drª. Aparecida Augusta da Silva

19h às 22h – **MINICURSOS**

MC 03 – Noções Básicas de Libras
Ministrante: Alice Morais Torres

MC 05 – Arranjo Espacial das Moléculas
Ministrante: Profª. Drª. Beatriz Machado Gomes

19h às 22h – **OFICINA**

OF 02 – Resolução de Problemas: Trilhando caminhos de Malba Tahan. (12 horas).
Ministrante: Profª. Drª. Aparecida Augusta da Silva

TERÇA-FEIRA – 02 DE NOVEMBRO DE 2010

FERIADO

ISBN 978-85-7764-034-8

QUARTA-FEIRA – 03 DE NOVEMBRO DE 2010

8h às 12h – **MINICURSOS**

MC 01 – Recursos Pedagógicos para Matemática no Ensino Fundamental
Ministrante: Prof. Ms. Reginaldo Tudeia dos Santos

MC 02 – Introdução ao Software Estatístico R
Ministrante: Prof. Ms. Dílson Evangelista

14h às 17h – **CINE COLÚMBIA**

19h às 19h30 – **APRESENTAÇÃO CULTURAL**

19h45 às 21h45 – **PALESTRA 01**

Formação continuada de Professores de Matemática
Palestrante: Profª. Drª. Maria Candida Muller (UNIR/Vilhena)

QUINTA-FEIRA – 04 DE NOVEMBRO DE 2010

8h às 12h – **MINICURSOS**

MC 01 – Recursos Pedagógicos para Matemática no Ensino Fundamental
Ministrante: Prof. Ms. Reginaldo Tudeia dos Santos

MC 02 – Introdução ao Software Estatístico R
Ministrante: Prof. Ms. Dílson Evangelista

MC 06 – Análises e Estatísticas no Excel
Ministrante: Profª. Ms. Roziane Sobreira

14h às 17h – **COMUNICAÇÕES ORAIS**

CO 01 – História das Equações Diferenciais e Algumas de Suas Aplicações
Sérgio dos S. Alitolef (UNIR/UFPR), Reginaldo T. dos Santos e Rubens B. de Souza (UNIR)

CO 02 – Matemática e Música: Um Passeio Histórico
Cristiane T. G. Gouveia (FIAR), Sérgio C. Gouveia Neto e Reginaldo T. dos Santos (UNIR)

CO 03 – Origem e Desenvolvimento da Análise Combinatória
Rubens Batista de Souza (UNIR)

CO 04 – Cálculo Mental e os Livros Didáticos
Márcia Rosa Uliana (FACIMED)

CO 05 – O Currículo em Rede e a Transversalidade como Elementos de Transformação da Didática da Matemática
Vlademir Fernandes de Oliveira Júnior (FAROL)

CO 06 – Etnomatemática no Curso Superior para Indígenas: Possibilidades de Diálogo entre Conhecimento Escolar e Saber/Fazer
Juliete Reis Stein e Aparecida Augusta da Silva (UNIR)

CO 07 – Condições de Saúde dos Professores da Área de Ciências Exatas na Rede Escolar - Municipal e Estadual de Ariquemes, Rondônia, Brasil
Sérgio C. Gouveia Neto e Reginaldo Tudeia Santos (UNIR), Santilina I. S. Michalski (SEDUC) e Cristiane S. Michalski (SESAU)

CO 08 - Mapa de Curvas de Nível e Superfície 3D da Zona Urbana de Ji-Paraná: Estatística com o Programa Surfer
Ariveltom Cosme da Silva, Alane S. A. Batista e Elisângela C. Biazatti (UNIR)

19h30 às 20h30 – **PALESTRA 02**

Formação Inicial em Licenciatura em Matemática: Algumas Possibilidades
Ministrante: Profª. Drª. Gladys Denise Wielewski (UFMT/Cuiabá)

SEXTA-FEIRA – 05 DE NOVEMBRO DE 2010

8h às 12h – **MINICURSOS**

MC 03 – Noções Básicas de Libras
Ministrante: Alice Morais Torres

MC 06 – Análises e Estatísticas no Excel
Ministrante: Profª. Ms. Roziane Sobreira

MC 07 – Software Surfer e Aplicações
Ministrante: Prof. Dr. Ariveltom Cosme da Silva

14h às 17h – **MINICURSOS**

MC 03 – Noções Básicas de Libras
Ministrante: Alice Morais Torres

MC 05 – Arranjo Espacial das Moléculas
Ministrante: Profª. Drª. Beatriz Machado Gomes

MC 07 – Software Surfer e Aplicações
Ministrante: Prof. Dr. Ariveltom Cosme da Silva

19h às 20h – **PÔSTERES**

PO 01 – A Contextualização como Metodologia de Ensino da Matemática
Bruno M. Teixeira, Elizangela F. Lima, Franciele Dallabrida e Lorena S. Nascimento (UNIR)

PO 02 – O Ensino Médio com Redução de Carga Horária de Matemática na Cidade de Ji-Paraná. Como Anda?
Jonatha Daniel dos Santos (UNIR)

PO 03 – O Ensino Lúdico na Tabuada de Multiplicação
Marcos A. G. Albuquerque (SEMED)

ISBN 978-85-7764-034-8

PO 04 – As Mudanças Curriculares no Ensino Médio e Suas Implicações nas Escolas Públicas de Ji-Paraná
Marcos Leandro Ohse (UFFS)

PO 05 – Propriedades dos Números Primos
Nestor de Souza Freire (SEDUC)

PO 06 – Reflexões e Recursos Didáticos no Ensino da Matemática nas Séries Iniciais
Jonimar da Silva Souza (FAEMA)

PO 07 – Proposta de Pesquisa Sobre Frações para o Ensino Médio
Marcelo Moysés Corilaço, Joelma Lucia Proencio, Mariza dos Santos, Elihebert Saraiva e Marlos G. de Albuquerque (UNIR)

PO 08 – A Influência do PIBID na Formação Inicial: Construção do Conhecimento e da Identidade Profissional de Acadêmicos de Cursos de Licenciatura em Matemática
Adelci Alves, Jaquelyne M. Ortega, Joab de Souza e Marlos G. de Albuquerque (UNIR)

PO 09 – Modelagem Matemática com Recursos Hídricos
Gerson Flôres Nascimento e Catia Eliza Zuffo (UNIR)

20h às 21h30 – **PALESTRA DE ENCERRAMENTO**

A Inclusão Escolar
Ministrante: Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira (UNESP/Rio Claro)

ISBN 978-85-7764-034-8

RESUMOS EXPANDIDOS

ISBN 978-85-7764-034-8

A CONTEXTUALIZAÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO DA MATEMÁTICA

Bruno Moreira TEIXEIRA – UNIR/PIBID/CAPES
(bruno_m.teixeira@hotmail.com)
Elizangela Ferreira de LIMA – UNIR/PIBID/CAPES
(eliz_ferreir@hotmail.com)
Franciele DALLABRIDA – UNIR/PIBID/CAPES
(franciele_dallabrida@hotmail.com)
Lorena Silva NASCIMENTO – UNIR/PIBID/CAPES
(lorena_nascimentoo@hotmail.com)
Marlos Gomes de ALBUQUERQUE – UNIR/PIBID/CAPES
(marlos@unir.br)

RESUMO

Visando novas mudanças educacionais necessárias no ensino-aprendizagem de matemática, é importante fazer com que os alunos sejam capazes de se sobressaírem às diversas situações de forma contextualizada, buscando para si novos conhecimentos, obtendo amplitude de raciocínio lógico e segurança perante aos desafios apresentados pela sociedade. Observa-se que dificilmente a contextualização é explorada dentro da sala de aula, pois o ensino de matemática, em vários casos, limita-se à aplicação de fórmulas e à memorização sem a compreensão dos conceitos estudados, ou seja, tais procedimentos funcionam como ferramentas da matéria que a torna densa e sem aplicação, de tal forma que o aluno não estará preparado para enfrentar desafios e provas, que exijam dele um maior raciocínio e interpretação. Isso requer que o professor esteja apto a trabalhar com metodologias diversificadas, para não se ater apenas à obtenção dos resultados através de técnicas tradicionais e sim observar a conclusão do aluno ao encontrar a resposta, podendo utilizar isso como processo avaliativo dentro da sala de aula. Referente a essa metodologia e análise feita do desempenho dos alunos do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Aluízio Ferreira, onde o objetivo é promover aos discentes habilidades e capacidades de resolver diversificados problemas contextualizados através de seus conhecimentos prévios e senso crítico e verificar também como esse auxílio fornece ao professor uma didática eficaz para direcionar os alunos à aprendizagem, enfatizando os diálogos e discussões em grupo.

PALAVRAS-CHAVE: Contextualização; Resolução de Problemas; Interpretação.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Inicialmente é preciso analisar o contexto de ensino da matemática adotado nas escolas públicas, sabendo que o mesmo exerce uma influencia na realidade do aluno. Através de um contato direto com o cotidiano escolar é possível perceber que o ensino-aprendizagem de matemática aos poucos foi distanciando o ensino do seu dia-a-dia e tornando a matemática uma matéria desinteressante, ou seja, sem conexão com o cotidiano, onde os próprios alunos

não conseguem encontrar aplicabilidade alguma, pois quem quer aprender algo que não compreende e não encontra aproveitamento?

Sabendo que o precursor de tal situação foi o modelo tradicional de ensino no qual visa o conhecimento como um conjunto de dados que são transmitidas pelos professores aos alunos e estes assumem o papel de ouvintes, cuja sua meta é a de memorização e que regem os procedimentos e rigores seguidos atualmente pelos docentes em toda a rede de ensino. É necessário buscar alternativas que possam minimizar ao máximo esse déficit educacional, até mesmo porque a sociedade está diariamente recebendo uma infinidade de informações, devido aos avanços tecnológicos que vem produzindo este formato de comunicação. Com isso, exigem-se indivíduos com uma preparação adequada para solucionar situações-problemas nos mais variados contextos.

APORTES TEÓRICOS PARA UMA NOVA METOLOGIA DE ENSINO

Sabe-se que a educação em geral e o ensino de matemática não se estabelecem como prévia realização de definições legais ou como simples expressão de convicções teóricas, ultrapassam disso, refletem também as condições sociais e econômicas de cada região e época, assim como estão ligados ao desenvolvimento cultural e produtivo. As idéias influentes ou predominantes de cada ocasião sobre a educação e a ciência entre os teóricos e os interesses de determinações política, raramente coincidem com a aprendizagem efetivamente praticada na escola, que cogita uma situação real nem sempre considerada, onde as condições escolares são muito distintas das idealizadas.

Por esta circunstância, na elaboração de propostas educacionais, além de atender as pluralidades regionais, de sentido cultural e sócio-econômico, é preciso ter clareza de que as propostas, oficiais ou não, na melhor das presunções são o início de um processo de transformação, readaptação. As direções desse processo dependem não só da importância da proposta, mas também do início de sua história até o momento e dos meios empregados. Essa fundamentação torna válida a alternativa de novas técnicas de ensino.

É notável como algumas metodologias estão perecendo por serem raramente utilizadas pelos professores em sala de aula, sendo uma delas a contextualização dos conteúdos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) é possível estabelecer objetivos para que o ensino dessa disciplina possa resultar em aprendizagem real e construtiva para os alunos, como compreender os assuntos, procedimentos e estratégias matemáticas sabendo interpretar e refletir sobre as conexões existentes em diferentes temas matemáticos.

O contexto surge como principal enfoque da metodologia proposta, pois quando

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

estabelecida a relação entre a realidade e o saber matemático, o ensino torna-se aplicável e útil no cotidiano do aluno, porque contextualizar não é desmerecer as técnicas e padrões ensinados nos conteúdos, mas sim interpretá-los, compreendê-los, ir além de uma utilização tornando esses aspectos de fato uma apropriação relevante e inclusiva de panoramas sociais, culturais e históricos em que são teorizados e constituídos.

CONTEXTUALIZAÇÃO DE PROBLEMAS

Uma alternativa interessante de se trabalhar a contextualização é a aplicação de problemas matemáticos do tipo aberto, pois esses problemas podem ser preparados dentro de um contexto vivenciado pelo aluno, pode ser manipulado ao ponto de abordar inúmeros aspectos, que justifiquem as apropriações diferenciadas direcionando todos ao mesmo conhecimento e a uma interpretação própria, inferindo situações que exigem dos alunos um esforço mental e a utilização de conhecimentos prévios que obtiveram em momentos familiares ou casuais.

Entretanto na sala de aula são trabalhados freqüentemente problemas fechados que não somam muito no desenvolvimento cognitivo do discente, pois são desenvolvidos como exercícios repetitivos com o uso de métodos e procedimentos padronizados, vistos previamente por aluno e professor. Estes são conhecidos como “problemas-padrão” ou “problemas clássicos”, que não privilegiam o raciocínio do aluno, pois trabalham somente com fórmulas ou métodos prontos para encontrar a resposta correta permitindo uma maior facilidade, o que é mais cômodo tanto para o aluno, como para o professor.

Em tais problemas todos os dados necessários para a resolução estão no enunciado e sempre é possível encontrar uma resposta certa. O professor espera que o aluno encontre a resposta através do método de reprodução, este já praticou anteriormente e assim poderá resolver os outros exercícios usando os mesmos procedimentos.

Os problemas abertos se distinguem dos fechados, por favorecer uma resolução sem procedimentos e/ou regras, permitindo ao discente ajustar os conhecimentos do seu domínio, presentes no contexto social, para resolver tais problemas no decurso de estratégias instituídas por eles.

Um problema aberto permite uma, ou mais resoluções, no entanto, a solução dependerá do conhecimento de cada aluno, a respeito de tal situação apresentada. É importante que o aluno, ao se deparar com esse tipo de problema, seja capaz de interpretar as informações dadas numa linguagem matemática, quer seja numérica ou gráfica, no intuito de levá-los à aquisição e reflexão de tais procedimentos. A prática em sala de aula desse tipo de

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

problema, por fim, pode contextualizar quaisquer conteúdos e transformar a própria relação entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático.

JUSTIFICATIVA E METODOLOGIA

Com o intuito de compreender e auxiliar o ensino de matemática na Escola de Ensino Fundamental e Médio Aluízio Ferreira da cidade de Ji-Paraná, por intermédio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) surgiu a necessidade de se tratar sobre problemas abertos contextualizados em matemática, pois os alunos encontram grande dificuldade pelo fato de não manterem contato com determinados contextos. A principal deficiência encontrada pela maioria é a dificuldade de interpretação e compreensão dos assuntos relacionados, pois quando se deparam com esse tipo de problema, quase sempre ficam sem ação e não conseguem resolvê-los. A falta de contextualização é um fator que contribui para a repercussão de estigmas em torno da Matemática e quanto aos baixos rendimentos demonstrados pelos alunos em avaliações nacionais.

Além disso, não tiveram uma experiência significativa no aprendizado para que tais situações fossem transportadas ao cotidiano e vice-versa. Diante do modelo proposto pelo Enem cuja característica principal é a interdisciplinaridade e contextualização dos conteúdos matemáticos, o professor de matemática precisa se adequar a esta proposta, é necessário que ao preparar suas aulas catalogue os conteúdos com situações cotidianas, para que o aluno, além de se manter familiarizado com a linguagem matemática, também desenvolva a capacidade de interpretação.

Assim mediante essas propostas, principalmente o novo Enem, criado para substituir os vestibulares no Brasil, exige-se uma melhor desenvoltura dos professores de matemática com o objetivo de preparar o aluno para prestarem esse vestibular, que por sua vez, é válido para grande maioria das universidades do Brasil. Sabendo que há uma diferença de ensino nas regiões brasileiras, certamente os alunos da região norte ficarão em desvantagem em relação aos alunos das regiões mais desenvolvidas do país, e assim, não conseguirão uma vaga nas universidades de sua região.

Para saber o desempenho dos alunos quanto à contextualização, foi realizada uma pesquisa envolvendo problemas apresentados pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Tendo esta meta em vista, foram trabalhados com 27 alunos do 3º ano do ensino médio problemas abertos retirados de vestibulares recentes, os quais foram aplicados ao longo de seis meses nas aulas de reforço do PIBID. Após o desenvolvimento dessas atividades, observou-se que os

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

alunos em geral apresentavam apropriações e aplicações de conhecimentos variados, demonstrando a riqueza da cultura e de contextos do convívio social e familiar que usaram para associar aos problemas que resolviam, percebendo ainda que, o que era problema para um não era para outro, o que viabilizava discussões entre eles que conseqüentemente sanou as dificuldades de alguns.

Para avaliar o processo de aprendizagem obtido através desta metodologia, participaram de um simulado com duração de 2 horas, sendo este composto por sete problemas abertos, onde foi possível analisar o comportamento e a interação dos alunos durante as resoluções dos mesmos, pois dividiram-se em grupos, afim de que pudessem refletir em conjunto os caminhos alternativos de encontrar as possíveis soluções. As equipes apresentaram procedimentos diversificados, porém grande parte obteve os resultados corretos.

RESULTADOS

Ao término da análise foi notável a eficácia e os aspectos positivos apresentados por essa proposta de trabalho. Ao longo das correções de cada avaliação, foi possível ser feita uma distribuição de notas ilustradas na Tabela 1 relacionada abaixo, afim de que pudesse avaliar o desempenho dos grupos quanto à utilização dessa metodologia, verificando que a maioria dos alunos obteve notas acima da média correspondendo além das expectativas.

Tabela 1 – Notas percentuais da avaliação dos 27 alunos do 3° ano do Ensino Médio da Escola Aluízio Ferreira

NOTAS	*PORCENTAGEM*
0 a 4,0	11,11%
4,0 a 6,0	14,81%
6,0 a 10,0	74,08%

A aplicação de problemas abertos como uma metodologia é uma proposta que visa amenizar tal situação (já que para sanar essas dificuldades, as escolas precisam não só de professores capacitados, mas de toda uma infra-estrutura escolar) e desta forma qualificar o aluno para esses exames, em especial, para toda uma vida. Torna-se imprescindível que o professor tenha essa atitude, já que é também sua tarefa preparar o aluno para que consiga fazer parte de uma sociedade que deseja um crescimento constante.

Essa metodologia nas aulas de matemática serve tanto para o desenvolvimento do conhecimento do aluno mediante os vestibulares como o da própria matemática. Observa-se que empregando esse método em sala de aula surgem benefícios contribuintes aos devidos interessados nos quais se podem destacar: maior interesse do assunto por parte dos alunos,

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

melhor relacionamento e motivação entre professor e aluno através de diálogos e resolução dos problemas abertos, rendimentos educacionais como melhor interpretação e compreensão dos conteúdos estudados, estímulo do raciocínio lógico e dedutivo entre outros.

Por fim é importante ressaltar que a mesma não tem a intenção de dificultar a aprendizagem ou exercício profissional do docente, mas sim acrescentar no currículo de ensino estratégias vantajosas para a sociedade em geral.

REFERÊNCIAS

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. ***Filosofia da Educação Matemática***: concepções e movimento. Brasília: Plano Editora, 2003.

BRASIL. ***Orientações Curriculares para o Ensino Médio***: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Secretaria de Educação Básica / Ministério da Educação, v. 2, 2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan. ***Educação Matemática***: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2001 (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, Ubiratan. ***Etnomatemática***: arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1998.

FONSECA, Maria C. F. R. Por que ensinar Matemática. ***Presença Pedagógica***, Belo Horizonte, v. 1, n. 6, mar/abril, 1995.

GROENWALD, Cláudia L. Oliveira; FILIPPSEN, Rosane Maria Jardim. O meio ambiente e a sala de aula. ***Educação Matemática em Revista***. SBEM, n. 13, p. 36-40, 2003.

MEDEIROS, Kátia Maria de. *O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. 1998.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

O ENSINO MÉDIO COM REDUÇÃO DE CARGA HORÁRIA DE MATEMÁTICA NA CIDADE DE JI-PARANÁ. COMO ANDA?

Jonatha Daniel dos SANTOS – UNIR
(dhol_jipa@hotmail.com)

RESUMO

O presente projeto tem a intenção de desenvolver estudos sobre as dificuldades encontradas no ensino de matemática no que se refere à redução da sua carga horária, bem como a postura do docente frente ao processo de ensino/aprendizagem, tendo em vista a viabilização de estratégias metodológicas para a inserção dos educandos no Ensino Superior. Elencamos como hipóteses centrais, a compreensão da atual situação em que se encontra a ementa da disciplina deste componente curricular em relação à redução de carga horária no Estado de Rondônia, município de Ji-Paraná, situando a grade curricular de Rondônia com alguns estados da União para figurar essa diferença; levantamento se há necessidades de mudanças na postura docente no que diz respeito à redução da carga horária da disciplina de matemática; problematizar a inserção dos educandos no Ensino Superior. Tais hipóteses têm o intuito de averiguar a postura do educador frente à problemática evidenciada. Os resultados deste estudo ainda não estão disponíveis, uma vez que a pesquisa deu inicio em Outubro de 2010 com os primeiros contados com as escolas colaboradoras. Neste primeiro momento, estão sendo realizadas as entrevistas aberta Semi Estruturada com os educadores envolvidos na pesquisa, bem como as primeiras observações nas instituições de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Políticas Públicas; Ensino de Matemática; Carga Horária.

INTRODUÇÃO

Durante o período de colonização, o Brasil sofreu mudanças significativas no que se refere aos conteúdos matemáticos perpassados à elite. Tais conteúdos, segundo Ambrósio (1998) acarretava discussões advindas da Europa. Deste modo, a matemática ensinada no ensino básico tornava-se instrução elementar, por meio de um saber matemático com atividades secundárias e periféricas – o que não abordava a elite brasileira, tendo em vista que os indivíduos acarretavam conceitos relevantes, ou seja, características próprias. Neste sentido, tais atividades compreendiam o período chamado de matemática escolar clássica e movimento da matemática moderna, com conteúdos de aritmética, álgebra, geometria, trigonometria.

Desta forma, a história da Matemática no Brasil caracterizou o que Burke (1992) descreve como períodos tradicionais compreendidos como político, administrativo. Observa-se deste modo, que os pontos históricos elencados no século XX engendraram movimentos relevantes quando relacionados ao processo de ensino e aprendizagem. Assim, ao rever tais

fatos, identificamos que posteriormente à colonização, a matemática ponderou várias faces da legislação educacional, bem como a criação de vários grupos de estudos e de movimentos que buscaram inovações as práticas docentes de cada época.

Contudo, a estudo da história da transmissão do saber matemático neste período, reveste-se ainda de importância mais ampla à medida que constitui uma das perspectivas para aprimoramento quando relacionado ao ensino propriamente dito. Assim, o projeto em evidência busca discorrer sobre a redução da carga horária da disciplina de matemática, tendo em vista que os fatos históricos demonstram falhas no decorrer de seu processo de aperfeiçoamento.

UMA ANÁLISE A PARTIR DAS POLÍTICAS EDUCACIONAIS VIGENTES

Em virtude da Lei Federal 11.684 de dezembro de 2008, que se refere à obrigatoriedade da implantação das disciplinas de Filosofia e Sociologia no ensino médio, algumas disciplinas básicas, conseqüentemente, irão sofrer alterações em sua carga horária devendo ser diminuídas, pelo menos duas horas aulas das disciplinas básicas no Ensino Médio. Isso significa que a disciplina de Matemática, Física, Química, Língua Portuguesa, entre outras matérias essenciais para o acréscimo do conhecimento necessário a qualquer aluno que pretende se inserir em uma instituição de Ensino Superior através de um vestibular pode sofrer mudanças.

Neste sentido, muito se tem questionado e analisado sobre a redução da carga horária da disciplina de matemática. Dentre tais relevâncias, observa-se a complexidade que envolve tanto a prática docente, quanto as políticas educacionais que por um lado procura desenvolver a criticidade do educando, por outro deixa a desejar quando relacionado ao raciocínio lógico e exato. Ao término do ensino básico, o aluno tem a frente um amplo mercado de trabalho em diversos setores, existindo a possibilidade de ingressar em um bom emprego e também em um curso de nível superior.

Vale salientar que o conhecimento adquirido no ensino médio é um requisito para se efetivar em uma excelente colocação no mundo concorrido de concursos, vestibulares, sendo que "a educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (LDB, art. 22).

Sendo assim, com a redução da carga horária deste componente curricular, o estudante se vê despreparado para concorrer nas diversas modalidades elencadas neste estudo. Assim, a matemática como área elementar para o desenvolvimento de aptidões, não

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

proporciona subsídios fundamentais ao aluno para que no término de seus estudos na educação básica amplie suas possibilidades na sociedade. Desta forma, as políticas educacionais debatem que:

> A Base Nacional Comum destina-se à formação geral do educando e deve assegurar que as finalidades propostas em lei, bem como o perfil de saída do educando sejam alcançadas de forma a caracterizar que a Educação Básica seja uma efetiva conquista de cada brasileiro [...] não se pode mais postergar a intervenção no Ensino Médio, de modo a garantir a superação de uma escola que, ao invés de se colocar como elemento central de desenvolvimento dos cidadãos, contribui para a sua exclusão. Uma escola que pretende formar por meio da imposição de modelos, de exercícios de memorização, da fragmentação do conhecimento, da ignorância dos instrumentos mais avançados de acesso ao conhecimento e da comunicação. Ao manter uma postura tradicional e distanciada das mudanças sociais, a escola como instituição pública acabará também por se marginalizar (PCNs, 2000, p. 12 e 17).

Nesta perspectivas, a disciplina de matemática necessita de uma carga horária adequada de aula semanal. De acordo com as Orientações Curriculares Nacionais para o ensino médio:

> É importante que se destaque a necessidade de um trabalho contínuo com a Matemática durante os três anos do ensino médio, sendo difícil propiciar uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos sem uma carga horária adequada de aulas semanais, em cada ano desse nível de ensino (BRASIL, 2006, p. 91).

Portanto, a matemática é a ciência base de várias áreas do conhecimento, sendo, deste modo fundamental seu domínio por parte dos estudantes. Assim, os conteúdos perpassados na educação básica devem preparar o educando para que o mesmo tenha a possibilidade de ingressar no ensino superior, bem como criar aptidões no que se refere ao seu papel na sociedade – cidadão.

OS PRIMEIROS CONTATOS

No primeiro momento foram utilizados como técnica de levantamento de dados, a análise das legislações em vigor referente à redução da carga horária no Ensino Médio relacionado ao componente curricular de matemática, bem como a revisão de literatura de livros e artigos científicos publicados relacionados à problemática do estudo. Posteriormente, foras realizados os primeiros contatos com as instituições colaboradoras e a Representação de Ensino – REN, do Estado de Rondônia no município de Ji-Paraná.

A primeira escola visitada foi a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Marcos Bispo da Silva situada no segundo distrito do município de Ji-Paraná – RO, onde foi possível esclarecer os objetivos elencados nesta pesquisa. Após esclarecimentos, houve uma reunião com o supervisor com o intuito de analisar os documentos referentes ao componente

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

curricular de matemática. Em outro momento, realizamos uma reunião com os professores onde foi possível ratificar os elementos primordiais que constituem este estudo.

Neste diálogo, os educadores questionaram como poderiam colaborar com a proposta do projeto. Explicamos que seria entregue um questionário contendo sete perguntas. Tais perguntas elencariam elementos primordiais, como: tempo de atuação na área, especificamente no Ensino Médio; metodologia; dificuldades de viabilizar o ensino de matemática com menos horas/aula; posicionamento frente a esta diminuição; e se houve diálogo entre a Secretária de Educação do Estado de Rondônia (SEDUC) e os professores envolvidos nesta implantação. Posteriormente, foram entregues os questionários e estipulado uma data para retorno – recolhimento, dos mesmos. Vale ressaltar que a data foi determinada pelos professores colaboradores.

O segundo contato ocorreu com a responsável pelo ensino médio – Representação de Ensino, da cidade de Ji-Paraná – RO, onde houve um dialogo informal, tendo em vista que o primeiro contado com a pesquisa estava sendo realizado naquele momento. Deste modo, a responsável decidiu apenas realizar uma conversa informal. Assim, foi possível esclarecer alguns tópicos do projeto. A partir deste diálogo, remarcamos uma nova entrevista para aprofundar a problemática em questão.

Diante do que foi exposto, pode-se perceber que os professores colaboradores, bem como a equipe gestora da escola têm o comprometimento com o processo de ensino dos estudantes inseridos no âmbito escolar. Este breve diagnóstico está sendo percebido nas falas e no interesse dos mesmos quando apresentados a esta pesquisa. Assim, o projeto em questão elenca subsídios que posteriormente problematizará a postura do docente frente à problemática evidenciada, tendo em vista que suas práticas educativas proporcionam ao educandos condições de adentrarem em um curso de Nível Superior.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, não faz parte do nosso objetivo elencar críticas sobre a importância do ensino de Filosofia e Sociologia, no entanto, é preciso que a sociedade produza reflexões sobre o que poderá ser feito para que o ensino não perca sua real necessidade. Neste sentido, entende-se que o estudante não poderá ficar prejudicado nas disciplinas básicas, visto que menos horas de aprendizado em matemática, acarreta menos conhecimento e menos aprendizado do educando. Dessa forma, observa-se que o componente curricular de matemática necessita de um tempo maior para ser trabalhada os conteúdos com os estudantes de um modo geral, principalmente com o público escolar que faz parte do Ensino Médio. É

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

perceptível o baixo rendimento, em matemática, do aluno que concluiu o ensino médio, seja para fazer concurso, seja para se manter em um curso superior, ou mesmo para aplicar essa disciplina no dia-a-dia. A disciplina de matemática é uma área em que a maioria dos educandos apresentam déficit de aprendizagem, além disso, a grade curricular da mesma é bem ampla.

Diante disto, as políticas públicas brasileiras evidenciam a falta de conformidade com a realidade do ensino médio, visto que tal realidade não prioriza ao educando um maior conhecimento cientifico/tecnológico. Vale ressaltar que os conteúdos do componente curricular de matemática devem proporcionar aos alunos coerência com o contexto socioeconômico que ambos encontrarão ao termino da educação básica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. ***Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio***: Bases Legais. Brasília: 2000.

_____. ***Orientações Curriculares Nacionais para o ensino médio***. Brasília: 2006, v. 2.

_____. Ministério da Casa Civil. ***Lei nº 11.684, de 2 de Junho de 2008***. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2 008/Le i/L 11 6 84.htm. Acessado em Junho de 2010.

_____. ***Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n° 9394 de 20 de dezembro de 1996.*** Estabelece as diretrizes da educação nacional. Brasília: 2001.

BURKE, P. **A Escrita da história**: novas perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1992.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Da realidade à ação***: Reflexões sobre a educação (e) matemática. São Paulo: Summus Editorial, 1998.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8

O ENSINO LÚDICO NA TABUADA DE MULTIPLICAÇÃO

Marcos Antonio Gomes de ALBUQUERQUE – E.M.E.F Antônio Prado
(marcos4428@hotmail.com)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma reflexão sobre a dificuldade que os alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental têm com o cálculo da tabuada de multiplicação e também sobre as possíveis causas de tais dificuldades. Neste trabalho também são apresentadas propostas que têm como objetivo a resolução desse problema de aprendizagem, as quais consistem na utilização de material lúdico e algumas técnicas diferenciadas sendo essas atividades realizadas de forma descontraída e atrativa despertando no aluno o gosto pelo estudo e aprendizagem da tabuada. Essas atividades são realizadas em forma de gincana, a qual é outro elemento motivador. Neste trabalho também são apresentados os resultados obtidos após a realização dessa atividade no tempo previsto, verificando-se inclusive um bom resultado.

PALAVRAS-CHAVE: Tabuada de Multiplicação; Material Lúdico; Gincana.

INTRODUÇÃO

A presente proposta visa discutir o tema "Aprendendo a tabuada de multiplicação", pois a realidade do aluno diante desse assunto é preocupante, pode-se perceber a dificuldade que o mesmo encontra nos cálculos de multiplicação, é preocupante porque essa dificuldade é percebida em alunos que já estão cursando as últimas séries do ensino fundamental, ou seja, do 6º ao 9º ano, quando não deveriam os mesmos apresentar mais essas dificuldades, devido o nível que já se encontram.

Através desse trabalho pretende-se analisar e encontrar as principais causas para tal situação, assim como, também, apontar caminhos para resolver esse problema.

Como já foi dito é percebida a dificuldade que os alunos encontram com o cálculo da tabuada de multiplicação e ao mesmo tempo a aversão e falta de estímulo que os mesmos apresentam com o estudo e aprendizado da tabuada.

É devido a esse quadro de deficiência e desinteresse que se propõe aqui o uso de material lúdico e técnicas diferenciadas que ao contrário dos métodos tradicionais de estudo da tabuada despertam o interesse e gosto do aluno pelo estudo e aprendizagem desse tópico da Matemática, pois as atividades são feitas de forma descontraída e atrativa, sendo as mesmas desenvolvidas em forma de gincana que é mais um elemento motivador, pois o espírito de competição está arraigado na alma do ser humano, todavia procura-se aqui desenvolver uma competição sadia e construtiva.

"Borin apresenta como justificativa à introdução de jogos nas aulas de matemática a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la" (BORIN, 1996 *apud* SANTANA).

As atividades propostas aqui são iniciadas com uma avaliação diagnóstica dos alunos e em seguida inicia-se o uso dos jogos envolvendo a tabuada em paralelo com a gincana, sendo os alunos avaliados constantemente ao longo do desenvolvimento das atividades, as quais são realizadas pelo menos uma vez na semana, durante alguns meses, podendo durar todo o ano letivo se assim desejar o educador.

No caso da Escola Antônio Prado as atividades foram iniciadas praticamente no início do ano letivo, e serão finalizadas no final do ano letivo, a razão desse período prolongado é justamente o envolvimento e motivação da grande maioria dos alunos durante as atividades.

A melhora dos alunos no cálculo da tabuada de multiplicação é perceptível e isso com certeza tem ajudado no aprendizado de outros conteúdos, tais resultados também são apresentados nesse trabalho.

DESENVOLVIMENTO

O conhecimento da tabuada é fundamental no estudo da Matemática assim como na realização de atividades do cotidiano, pois boa parte dos conceitos matemáticos só poderá ser desenvolvida de forma satisfatória se houver antes o conhecimento e habilidade no cálculo da tabuada, pode-se dizer que a tabuada é a mola-mestre da Matemática. Portanto, se faz necessário que o aluno desenvolva habilidades relacionadas com o cálculo da tabuada de multiplicação, para isso é preciso desenvolver métodos que proporcionem ao aluno essa possibilidade a fim de que o mesmo esteja apto para atingir os demais objetivos no estudo da Matemática.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática existem alguns pontos considerados fundamentais para um bom desenvolvimento, entre eles está a habilidade com o cálculo da tabuada, mais precisamente a multiplicação, pois esse conhecimento é necessário para o desenvolvimento de outros tópicos da Matemática, podendo, inclusive, auxiliar no cálculo da divisão por serem operações relacionadas.

A importância do conhecimento da tabuada sempre foi reconhecida pelos professores, pois sabem ser a mesma indispensável, no entanto, é grande a deficiência dos alunos em relação à mesma. Professores têm procurado resolver esse problema, mas sem êxito. Uma das causas para tal resultado é a forma como a tabuada é trabalhada, usando-se

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

métodos ultrapassados e cansativos, métodos que já eram usados em sala de aula há 25 anos, os quais consistem na repetição excessiva a fim de se decorar os cálculos, tal metodologia do ensino e aprendizagem da tabuada torna-se enfadonha e como resultado o estudo da tabuada torna-se sem atrativo para o estudante.

Portanto é preciso mudar a maneira de se trabalhar tabuada, foi pensando nisso que alguns educadores começaram a mudar de estratégia ou metodologia usando em suas aulas métodos mais interessantes e atrativos para os alunos, como por exemplo, o uso de jogos que contemplam essa área da Matemática e que tendem a despertar o interesse do aluno e ao mesmo tempo permitir que o mesmo desenvolva habilidades relacionadas com o cálculo da tabuada de multiplicação. "O jogo funciona como disparador de processos cognitivos e é sempre uma motivação já que os jovens gostam de competir." (BIGODE *apud* TREVISAN, 2008, p. 59-61).

O uso do material concreto e dos jogos em sala de aula tem sido bem cogitado, e é na verdade um recurso que o professor de Matemática não deve abrir mão, pois, segundo os PCNs, são grandes os benefícios que os mesmos podem trazer para a educação matemática, tais como:

a) Despertar o interesse do aluno pelo conteúdo estudado, pois os conceitos e problemas trabalhados na lousa são evidenciados com o uso do material concreto e dos jogos, só que de uma forma mais atrativa para os alunos do ensino fundamental.

b) Permitir que os alunos desenvolvam habilidades que de outra maneira não seriam desenvolvidas.

Como se pode ver, são muitos os benefícios advindos do uso desses recursos, conclui-se, então, que os mesmos devem ser utilizados em sala de aula.

Além do uso de material lúdico que é um elemento inovador e ao mesmo tempo motivador, se propõe aqui também a realização de uma gincana dentro de cada turma, gincana essa que será disputa de forma individual, lembrando que todas as atividades realizadas na gincana estarão voltadas para o cálculo da tabuada de multiplicação. Antes de iniciar a gincana, deve-se explicar o regulamento quanto à participação, pontuação e finalmente a premiação.

O desenvolvimento desse projeto foi iniciado por meio de uma avaliação diagnóstica: o cálculo mental (ver quadro 1), que foi respondido de forma individual, consistindo em 16 perguntas de tabuada de multiplicação, após respondido verificou-se a quantidade de erros de cada participante para então ver em que nível de aprendizagem ele se encontrava no cálculo da tabuada, essa mesma atividade avaliativa foi realizada ao longo do

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

desenvolvimento do projeto a fim de se verificar o desenvolvimento da cada participante, lembrando que nessa primeira atividade os seis alunos com maior número de acertos já marcaram ponto na gincana. Após a realização dessa atividade e corrigida foi feita na aula seguinte a primeira atividade lúdica, o jogo dos 450 (ver quadro 2), de forma semelhante ao cálculo mental, os seis alunos que fizeram mais pontos no jogo marcaram pontos na gincana (ver quadro 3). Na semana seguinte foi feito novamente o cálculo mental como avaliação paralela a fim de acompanhar o desenvolvimento de cada aluno, é importante lembrá-los da próxima atividade a fim de que os mesmos tenham interesse em estudar a tabuada a fim de se prepararem para a referida atividade, pois naturalmente eles irão querer estar entre os seis melhores, esse é o objetivo dos jogos e também da gincana: a motivação. Na semana seguinte foi realizada outra atividade lúdica: o bingo de tabuada (ver quadro 4) e novamente os seis melhores marcaram pontos na gincana, ou seja, aqueles que preencheram a cartela primeiro. Outra atividade lúdica que foi feita é o jogo da velha (ver quadro 5). As atividades lúdicas aqui indicadas têm caráter puramente sugestivo, podendo se fazer uso de outros jogos diferentes que favoreçam o desenvolvimento da aprendizagem da tabuada de multiplicação.

Além da utilização de material lúdico existem algumas técnicas diferenciadas que podem facilitar o cálculo da tabuada de multiplicação como é o caso da multiplicação com os dedos (ver ilustração 1 e 2). Após experiência realizada com alunos da Escola Antônio Prado, envolvendo a referida técnica, foi notória a facilidade com que parte dos alunos agora estava realizando os cálculos, vale, no entanto, salientar que nem todos os alunos aprendem com a mesma facilidade, alguns demoram um pouco mais, mas aprendem, mas há de admitir-se que alguns não alcançam os objetivos propostos, mas no geral o resultado é satisfatório.

CONCLUSÃO

Como foi dito no início desse trabalho, há certa deficiência por parte dos alunos do Ensino Fundamental a qual está relaciona com o cálculo da tabuada de multiplicação, além da dificuldade verificada há também apatia pelo estudo e aprendizado da tabuada, percebe-se que tais alunos consideram este tópico da Matemática como sendo chato, daí vem a falta de interesse e conseqüentemente a deficiência no aprendizado. A experiência realizada com os alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Antônio Prado mostrou que é possível superar esta deficiência, para isso foi feito o uso de material lúdico, diferentes jogos envolvendo o cálculo da tabuada, os quais já no início despertaram o interesse dos alunos e também o gosto pelo estudo da tabuada, pois os jogos foram trabalhados na forma de gincana entre os alunos de cada turma, cujo regulamento foi explicado antecipadamente: participação,

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

pontuação e premiação. O interesse dos alunos em participarem das atividades foi notório desde o início, também foi notório o desenvolvimento de boa parte dos alunos no cálculo da tabuada de multiplicação (ver quadro 6). Além dos jogos utilizados outro fator que contribuiu para o melhor desempenho dos alunos foi o aprendizado da técnica da tabuada com os dedos a qual é utilizada para cálculos de multiplicação com fatores maiores que cinco e é justamente nessa fase da tabuada que há mais dificuldade, no entanto, com o aprendizado da referida técnica os alunos passaram a acertar bem mais os cálculos propostos. Portanto, verificou-se que esses três fatores: Material lúdico, gincana e a técnica da tabuada com os dedos se mostraram eficientes na obtenção de bons resultados no cálculo da tabuada de multiplicação, sendo, portanto, propostos para sua utilização com alunos de outras escolas, certo de que se obterão bons resultados.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais***: Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília. MEC/SEF, 1998.

DANTZIG, Tobias. ***Multiplicando com as mãos***: a tabuada dos nove e os dedos das mãos. Disponível em: <http://educar.sc.usp.br/matematica/m3l1.htm> Acesso em: 14 jun. 2010.

GRASSESCHI, Maria Cecília Castro; ANDRETTA, Maria Capucho; SILVA, Aparecida Borges dos Santos. ***PROMAT – Projeto Oficina de Matemática***. São Paulo: FTD, 1999.

SANTANA, Onelcy Aparecida Tiburcio. ***Usando jogos para ensinar Matemática***. Disponível em: <http://diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/905-4.pdf> Acesso em: 05 out. 2010.

TREVISAN, Débora. A tabuada na cabeça. ***Revista Nova Escola***, São Paulo, ano XXIII, n. 209, p. 59-61, jan/fev, 2008.

ANEXOS

Quadro 1: Cálculo mental

Nome do Aluno	
2 x7	2x9
3x6	3x8
4x7	4x8
5x8	5x5
6x7	6x8
7x8	7x9
8x9	8x8
9x6	9x5

Fonte: desconhecida *

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

O cálculo mental é uma atividade que consiste em 16 cálculos de tabuada os quais são propostos para os alunos responderem de forma individual, as perguntas são feitas pelo professor de forma oral e os alunos respondem por escrito num pequeno pedaço de papel previamente enumerado de 1 a 16 onde deve aparecer o nome do aluno.

Quadro 2: Jogo dos 450

	João	Marisa	Isabel	Ricardo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
Total				

Fonte: desconhecida *

No jogo dos 450 é dado a cada grupo, que pode ter de três à cinco participantes, um par de dados, um enumerado de 2 a 7 e o outro de 4 a 9, os dados são jogados simultaneamente, os dois números que aparecerem, sendo um em cada dado deveram ser multiplicados. Por exemplo: Digamos que em um dado deu 7 e no outro deu 8, o aluno então calcula 7 x 8 = 56, se ele acertar ele marca na folha de contagem o 56, passa-se a vez para o próximo componente do grupo, suponhamos que ele jogou os dados, mas não soube calcular o resultado, então ele não marca ponto e passa a vez. Quando o 4º componente do grupo tiver jogado volta a vez para o 1º da lista e assim vai até completar as 10 rodadas, no final soma-se os pontos, os seis alunos da turma que obtiverem os melhores resultados ganharão pontos para a gincana.

Quadro 3: Pontuação Gincana

Colocação	Pontuação
1º	**6**
2º	**5**
3º	**4**
4º	**3**
5º	**2**
6º	**1**

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Esta pontuação vale para todas as atividades da gincana, as quais sempre estarão envolvendo a tabuada de multiplicação.

Quadro 4: Bingo da tabuada de multiplicação

15	**28**	**40**	**42**	**56**
21	**24**	**35**	**48**	**64**
27	**18**	**T**	**54**	**72**
24	**32**	**45**	**63**	**81**
14	**16**	**36**	**49**	**42**

Fonte: desconhecida *

No jogo do bingo de tabuada em vez de chamar os números que constam na cartela é chamado o cálculo que equivale a um dos números da cartela. Por exemplo: Chama-se 3x 7?, o aluno que tiver na cartela o referido resultado marcará, os seis alunos que preencherem primeiro a cartela marcarão pontos na gincana.

Quadro 5: Jogo da velha

16	**20**	**30**	**42**	**56**
25	**35**	**48**	**63**	**81**
24	**36**	**49**	**54**	**72**
64	**28**	**36**	**40**	**45**
30	**24**	**42**	**56**	**48**

Fonte: PROMAT – Projeto Oficina de Matemática.

O jogo da velha é parecido com o bingo da tabuada, também são distribuídas algumas cartelas, só que estas serão preenchidas em grupos de quatro pessoas, cada componente do grupo recebe umas 10 fichas de determinada cor, sendo quatro cores diferentes. Os dados são jogados por um aluno, se ele tiver esse resultado na cartela ele marcará. No final ganha o aluno que terminou o jogo com o maior número possível de fichas, como é uma gincana, marcarão pontos os seis alunos da turma que marcaram o maior número possível de fichas.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Ilustração 1: Multiplicando com as mãos

Tobias Dantzig, no interessante livro que já lhe recomendamos, relata um curioso processo para fazer multiplicações com os dedos das mãos. Este método era usado, até pouco tempo, por camponeses de uma região da França. Eles sabiam de cor a tabuada até a do 5 e, para multiplicar números compreendidos entre 5 e 10, como por exemplo, 6 x 9 ou 7 x 8, usavam seus dedos. Vejamos como faziam para obter, por exemplo, 6 x 8.

Numas das mãos, abaixamos tantos dedos quantas unidades o 6 passa de 5; portanto abaixamos 1 dedo.

Na outra mão, abaixamos tantos dedos quantas unidades o 8 passa de 5; portanto abaixamos 3 dedos.

Somamos o número de dedos abaixados, exprimindo a soma em dezenas. No nosso caso temos 1 + 3 = 4 dezenas, isto é, 40 unidades.

A seguir multiplicamos os números de dedos levantados: 4 x 2 = 8 unidades.

Para obter o resultado final, somamos os valores encontrados: 40 + 8 = 48

De fato: 6 x 8 = 48!

Embora, para nós, este procedimento possa não ser prático, ele é, sem dúvida, curioso.

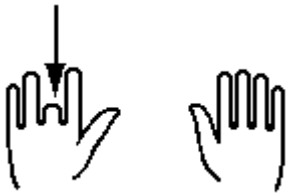
Use-o para obter, por exemplo, 7 x 8, 6 x 7, 7 x 9 e 6 x 9. Verifique que o método também vale para os fatores 5 e 10, que são os extremos do intervalo em que o processo pode ser usado.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

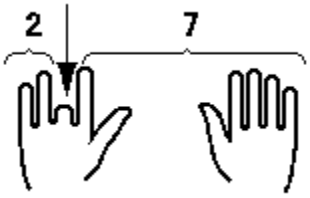
Ilustração 2: A tabuada dos nove e os dedos das mãos

Há um modo interessante para se obter a tabuada do nove usando os dedos das mãos. Coloque as mãos abertas sobre a mesa.

Vamos obter, por exemplo, 3 x 9. Dobre o 3° dedo, a contar da esquerda para a direita.

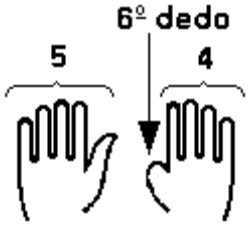


Veja que, á esquerda do dedo dobrado, ficaram dois dedos e, á sua direita, 7 dedos.



Eis o resultado: 3 x 9 = 27!

Veja como se obtém 6 x 9:



Não é curioso? Experimente obter as outras multiplicações da tabuada do nove.

Quadro 6: Resultados da turma do 6º ano

Aluno(a)	Erros 1	Erros 2
Alciene	12	3
Edinaldo	10	Ok!
Érica	14	1
Gabrielly	5	Ok!
Guilherme	10	Ok!
Larissa	1	Ok!
Luciano	8	Ok!

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Marta	Ok!	Ok!
Mateus	5	Ok!
Nayara	3	Ok!
Nelma	1	1
Thaís	Ok!	Ok!
Tiago	6	2
Marcos	7	2
Fagner		Ok!

Obs.: A 1ª coluna enumerada refere-se ao primeiro cálculo mental feito com a turma do 6° ano praticamente no início do ano letivo, a 2ª coluna mostra os resultados dos mesmos alunos alguns meses depois. Os espaços da tabela onde está escrito Ok! Significa que o aluno acertou todos os dezesseis cálculos de tabuada propostos. Como se ver, houve uma melhora considerável na maioria dos alunos no que diz respeito ao cálculo da tabuada de multiplicação, mostrando os mesmos um resultado satisfatório diante do projeto desenvolvido, o qual consistiu na utilização de material lúdico, técnica da tabuada com as mãos e gincana da tabuada, não há dúvida, portanto, que essa metodologia de ensino da tabuada proporciona bons resultados com alunos do ensino fundamental.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

AS MUDANÇAS CURRICULARES NO ENSINO MÉDIO E SUAS IMPLICAÇÕES NAS ESCOLAS PÚBLICAS DE JI-PARANÁ

Marcos Leandro OHSE – UFFS
(marcosohse@hotmail.com)
(marcosohse@uffs.edu.br)

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo iniciar uma discussão sobre as mudanças curriculares no ensino médio nas escolas públicas de Ji-Paraná / RO. Desde o ano de 2003 se apresenta uma grade curricular onde constam apenas 2 horas semanais de matemática no ensino médio, ou em alguns casos 3 horas semanais para o primeiro ou segundo ano. Por causa desta grade curricular exígua, foram retirados do currículo os conteúdos de trigonometria e de geometria. Esta alteração curricular realizada em Ji-Paraná foi feita pelos professores da rede pública. Neste artigo apresentam-se questionamentos sobre o porquê desta mudança, quais os motivos e os resultados desta mudança. No decorrer da pesquisa foi efetuado contato, por carta, junto à Secretaria Estadual de Educação em Porto Velho e ao Conselho Estadual de Educação de Rondônia. O Conselho Estadual de Educação emitiu oficio 038/10-CEE/RO, onde traz esclarecimentos quanto as dúvidas e questionamentos solicitados. Por fim apresenta sugestões para abordagem da trigonometria no ensino médio, mesmo com esta grade reduzida.

PALAVRAS-CHAVE: Currículo; Matemática; Trigonometria.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde os primórdios da humanidade a trigonometria é usada para resolver problemas ligados à mensuração de terras, a astronomia e a navegação. No Egito antigo e na Mesopotâmia este assunto era utilizado de maneira prática. Os "esticadores de corda" formavam triângulos retângulos com lados 3, 4 e 5 dando pequenos nós espaçados nas cordas que eram utilizados para demarcação das terras e para o cálculo das áreas atingidas pelas cheias dos rios Nilo, Tigre e Eufrates.

Os Gregos utilizaram este conhecimento antigo e formalizaram as regras que geriam todo o processo mecânico dos povos antigos. Enquanto estes se preocupavam apenas em utilizar o conhecimento da regra das cordas, os Gregos começaram a se perguntar "por quê?" e não apenas "como" fazer. Pitágoras demonstrou a relação existente entre os catetos e a hipotenusa nos triângulos retângulos. Os Gregos também demonstraram a trigonometria no círculo. Ptolomeu, em seu trabalho intitulado "Almagesto", apresentou as fórmulas do seno e do cosseno da soma e da diferença de dois ângulos. Desde que estes conceitos foram demonstrados e formalizados eles não foram modificados. Com o passar do tempo estes

conceitos foram aprimorados e chegaram aos nossos dias.

O ensino da trigonometria no currículo da matemática é um dos conteúdos que deve ser abordado no ensino médio. Em geral, este assunto é trabalhado no segundo ano. Algumas escolas trabalham o mesmo no primeiro ano. É consenso entre os professores que o assunto deve ser abordado, pois a sua aplicação matemática é grande, inclusive nas demais áreas do conhecimento, como por exemplo: física e engenharia. Podemos citar ainda a aplicação prática do mesmo, que é imensa. Por exemplo: em construções os pedreiros praticam a relação Pitagórica, mesmo sem conhecer formalmente o assunto, na medicina os batimentos cardíacos e a contração dos pulmões seguem o padrão trigonométrico de uma senóide. Pode-se observar que existem inúmeras aplicações para este tópico da matemática em sala de aula, que refletem situações práticas. Cabe ao professor escolher como trabalhar com o assunto.

Tendo em vista o exposto acima, pretende-se fazer um estudo da importância da trigonometria na vida do aluno e no desenvolvimento dos conceitos matemáticos, bem como na importância de sua apresentação no currículo do ensino médio.

O ENSINO DA TRIGONOMETRIA EM RONDÔNIA

No estado de Rondônia, desde o ano de 2003, o ensino público de matemática, nível médio, obedece a uma carga horária de duas horas semanais. Esta modificação da carga horária, que anteriormente era maior, foi estabelecida pelo atual governo. É evidente que trabalhar toda uma gama de conteúdos em matemática de nível médio com esta carga horária é impraticável. Deste modo o professor precisa "escolher" quais assuntos merecem abordagem e quais devem ser "retirados do currículo".

Os professores da rede pública, na cidade de Ji-Paraná, reunidos no ano de 2006, propuseram uma relação de assuntos mínimos a serem abordados em matemática no ensino médio. Nesta reunião foi elaborado por eles, tendo o aval da Representação de Ensino da cidade, as competências e habilidades a serem desenvolvidas em matemática e os conteúdos a serem trabalhados no ensino médio em todas as escolas públicas de Ji-Paraná. Neste documento constata-se que os assuntos de geometria e trigonometria não foram contemplados. Salienta-se que em nenhum momento a Universidade Federal de Rondônia, Campus de Ji-Paraná, que possui um curso de Licenciatura em Matemática, muito bem conceituado no MEC – Ministério da Educação e Cultura, com conceito 4 no ENADE – Exame Nacional de desempenho de Estudantes, foi convidada a fazer parte deste debate. Enfatiza-se ainda o fato de que muitos professores da rede pública também não participaram

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

do processo.

É muito preocupante que professores de matemática acreditem que o ensino de geometria e de trigonometria possa ser retirado, sem prejuízo ao conhecimento matemático do aluno. Além disto, o ensino de geometria e de trigonometria é de fundamental importância, pois estes assuntos também são abordados em outros conteúdos, como por exemplo: química e física. Tanto física quanto química necessitam de conceitos que são trabalhados em geometria e trigonometria.

O que leva professores de matemática a considerar o ensino de trigonometria e de geometria supérfluo? Em contatos com professores da rede pública, o grande motivo apresentado para que estes assuntos não sejam trabalhados é o fato de que o domínio destes conteúdos por parte da maioria dos professores é baixo. Também foi creditado o fato de que com a reforma da grade curricular, reduzindo o número de aulas para duas horas semanais, tinha-se que optar por eliminar alguns conteúdos e em consenso com os participantes da reunião, escolheram-se estes assuntos.

É fato que, com esta grade exígua de horas para matemática, realmente deve-se optar por alguns conteúdos, porém eliminar todo o assunto não é interessante. Assim, neste contexto, deve-se se optar por não trabalhar alguns tópicos da trigonometria e da geometria, porém eliminar todo o conteúdo não deve ser o melhor caminho.

Neste mesmo encontro de 2006, os professores reunidos optaram por deixar no currículo Números Complexos. Analisando esta decisão e a aplicabilidade prática do mesmo, nota-se que os participantes desconhecem, ou conhecem pouco, sobre os conteúdos matemáticos, tendo em vista que Números Complexos é um assunto extremamente teórico no qual o aluno não tem uma aplicação prática para o mesmo. Binômio de Newton é outro assunto que poderia ter sido retirado da grade curricular pelo mesmo motivo. Assim, este encontro serviu para mostrar que os participantes não conhecem a aplicação da matemática no cotidiano do aluno e que se basearam apenas em dados teóricos para fazer a escolha dos assuntos a serem retirados do currículo.

Foi enviada uma carta ao Conselho Estadual de Educação do estado de Rondônia, solicitando informações sobre as mudanças ocorridas no currículo do ensino médio das escolas públicas e por que a Universidade Federal não foi chamada para um debate sobre estas mudanças curriculares e qual a lei que ampara estas mudanças. Na data de 27 de janeiro de 2010, através do oficio 038/10-CEE/RO o Conselho Estadual de Educação se manifesta sobre o pedido de explicações. Um dos itens no qual se manifesta é que “o currículo das instituições de ensino da rede pública estadual de ensino, [...], é aprovado por ato administrativo da

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Secretaria Estadual de Educação, [...], sendo que a grade atual foi aprovada pela portaria 0417/08-GAB/SEDUC".

Mesmo que esta mudança via ato interno do governo por meio de "ato administrativo" seja legal, será que é moral? Pode um governo simplesmente modificar uma grade curricular em detrimento do conhecimento dos alunos e sem dar maiores explicações para a sociedade e comunidade escolar? Os alunos da rede pública estão em desvantagem na hora de concorrer a uma vaga nas universidades federais, pois em geral as escolas particulares mantêm quatro ou cinco horas semanais de ensino de matemática no ensino médio. Que motivos o governo teve para fazer esta mudança radical? Até o presente momento a Secretaria de Educação ou a Representação de Ensino não explicou.

TÓPICOS QUE PODEM SER TRABALHADOS DENTRO DA TRIGONOMETRIA

O Ministério da Educação e Cultura apresenta no PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática), orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio. No volume referente às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, capítulo referente aos "Temas estruturadores do ensino de matemática" em suas unidades temáticas, refere-se ao ensino de trigonometria:

> Tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos (BRASIL, S/D, p. 121).

No mesmo texto, apresenta quais os assuntos que devem ser abordados e de que maneira devem ser trabalhados:

> Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.
> • Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
> • Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, S/D, p. 123).

Com relação ao ensino da Geometria, cita-se:

> O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão do aluno através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

> demonstração para fatos que lhe são familiares (BRASIL, S/D, p. 123).

O mesmo texto traz, também, de que forma este ensino de Geometria deve ser trabalhado:

> A Geometria, na perspectiva das medidas, pode se estruturar de modo a garantir que os alunos aprendam a efetuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro. Os conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes devem ser aplicados na resolução de situações-problema. A composição e a decomposição de figuras devem ser utilizadas para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes relacionados a figuras planas ou espaciais. Assim, os problemas que envolvem figuras inscritas ou circunscritas podem ser propostos aos alunos no sentido de aplicação do que aprenderam sobre as diversas medidas (BRASIL, S/D, p. 124).

Pode-se observar nestes textos que o ensino da trigonometria e da Geometria deve ser abordado no ensino médio. Não precisamos trabalhar todos os tópicos, porém precisamos abordar alguns assuntos. Serão apresentados a seguir quais os tópicos, na visão do autor deste artigo, que devem ser trabalhos.

Trigonometria:

•Parte I: trigonometria no triângulo retângulo e no triângulo qualquer (4 h)

i) razões trigonométricas no triângulo retângulo

ii) resolução de triângulos quaisquer

•Parte II: trigonometria no círculo trigonométrico (12 h)

i) conceitos básicos

ii) o ciclo trigonométrico

iii) identidades e fórmulas de transformação

•Parte III: funções trigonométricas (8 h)

i) as funções trigonométricas e suas aplicações

Geometria:

•Parte I: geometria plana (8 h)

i) Teorema de Tales

ii) Razões Trigonométrica no Triângulo Retângulo

iii) Área de Figuras Planas

•Parte II: Geometria Espacial (8h)

i) Área e Volume dos Prismas, Cilindros, Pirâmides, Cones, Esferas e Troncos

•Parte III: Geometria Analítica (12 h)

i) Estudo do ponto, reta, plano e circunferência

Trabalhando estes tópicos, com auxílio de modelagem matemática e matemática

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

aplicada, entende-se que os PCNs serão contemplados e o aluno terá uma visão geral e uma boa aplicação da trigonometria e geometria para a sua vivência, agora e no futuro.

Para dar início aos assuntos de Geometria e Trigonometria, uma maneira muito prática de explicar ao aluno estes tópicos é pedir que o mesmo converse com pedreiros para que estes expliquem como fazem para por uma casa no esquadro e tirar suas medidas. Ao fazer esta pesquisa, o aluno verá que estes tópicos da matemática têm aplicação direta no cotidiano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que leva professores a retirarem do currículo de matemática tópicos como trigonometria e geometria? Acredito que seja desconhecimento da importância do assunto na vida pessoal e profissional do aluno.

Ao fazer uma análise mais aprofundada dos conteúdos que os professores da rede pública estadual de Ji-Paraná elaboraram, podemos observar que foram deixados assuntos que são extremamente teóricos e que não tem aplicação imediata na vida do aluno, como por exemplo: Números Complexos e Polinômios. Porque professores optam por trabalhar assuntos teóricos em detrimento de assuntos com aplicação prática imediata?

O autor deste texto, no ano de 2006 fez um curso de extensão aplicado a professores da rede pública estadual intitulado: "O ensino de funções algébricas e transcendentes". Este curso de extensão foi aplicado justamente no período em que ocorreu o encontro com os professores para a alteração da grade curricular. Neste curso foram abordadas técnicas para trabalhar a trigonometria no ensino médio e teve a participação de 8 professores da rede pública e de 12 alunos de graduação da Universidade Federal de Rondônia. Enfatiza-se que o curso teve ampla divulgação junto às escolas estaduais, mas a participação de professores foi pequena.

Com este artigo, pretende-se lançar as bases para uma discussão profunda sobre o ensino da matemática no estado de Rondônia e se possível, fazer com que esta discussão chegue à Secretaria Estadual de Educação e ao governo do estado para que esta atual política para o ensino da matemática possa ser revista.

REFERÊNCIAS

BRASIL. ***PCN+: Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio.*** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. 2000.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BOYER, Carl B. ***História da matemática***. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003.

EVES, Howard. ***Introdução à história da matemática***. 2. ed. São Paulo: UNICAMP, 2002.

REPRESENTAÇÃO DE ENSINO DE JI-PARANÁ. ***Competências e habilidades a serem desenvolvidas em matemática***. 2006.

STRUIK, Dirk J. ***História concisa das matemáticas***. Lisboa: Gradiva, 1989.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

PROPRIEDADES DOS NÚMEROS PRIMOS

Nestor de Souza FREIRE – SEDUC
(nestor_freire@hotmail.com)

RESUMO

Através deste artigo, vamos demonstrar a distribuição dos números primos na escala numérica. Primo é uma palavra latina que significa primeiro: Números primos são os primeiros dos múltiplos de um número. Dois é o primeiro dos múltiplos de dois. Três é o primeiro dos múltiplos de três. Cinco é o primeiro dos múltiplos de cinco. Por isso são números primos. Segundo Aristóteles: Os primeiros dos múltiplos de um número são: {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23}, os números primos $P \geq 5$ se encontram entre antecessores, ou sucessores dos múltiplos de seis. Esta propriedade já é conhecida; estamos apresentando outras propriedades que não são conhecidas: produtos envolvendo antecedentes ou seqüentes dos múltiplos de seis são também antecedentes ou seqüentes de múltiplos de seis, os quais são números compostos, dividimos a escala numérica em intervalos entre números primos seqüentes elevados ao quadrado menos um o que nos proporciona escrever expressão que nos auxilia na identificação dos números primos com segurança e precisão. O que já foi demonstrado por Marin Mersenne, as potências de base dois relacionam com antecessores ou sucessores de múltiplos de seis, os quais podem ser números primos. Podemos identificar números primos gigantes a partir de potência de base dois, mas que na escala numérica não se encontre antes nem depois de uma potência de base dois.

PALAVRAS CHAVES: Números Primos; Antecessor; Sucessor.

INTRODUÇÃO

Como professor de matemática, há inúmeros questionamentos sobre a distribuição dos números primos na escala numérica. Senti a necessidade de criar expressão que divide a escala numérica em intervalos, identificar os números com probabilidade de ser número primos e separá-los em dois grandes grupos: Números primos e números compostos.

Esta pesquisa está fundamentada no Crivo de Aristóteles e no trabalho de Christian Goldbach: os números pares podem ser formados pela soma de dois primos, embora tenha suas diferenças. Nem todos são encontrados na referência bibliográfica.

> **Primo** é uma palavra latina que significa "primeiro e único". Ela foi escolhida para denominar o conjunto de números inteiros divisíveis apenas por: um (1) e pelo próprio número (n). **Os números primos são aplicados para criar códigos secretos de computadores,** criando fórmula do produto de dois primos gigantes, que se torna um monumental número composto, o segredo só será desvendado por quem descobrir os dois primos usados (BNJORNO, 2002, p. 106).

Os primeiros dos múltiplos de um número estão distribuídos por toda escala numérica. No IV século antes de Cristo esses números já eram estudados pelos matemáticos

que viveram naquela época, ao longo da história sempre houve estudiosos que buscavam esses números, mesmo com execução trabalhosa, identificavam números primos com segurança em intervalos limitados da escala numérica. Até em nossos dias os matemáticos vieram seguindo exemplos dos matemáticos, desde os tempos remotos, foram acrescentando propriedades fundamentais para a identificação dos números primos, a procura de uma expressão que dê certo para a identificação desses números em toda a escala numérica.

Segundo Aristóteles: {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23...} são números primos, os números primos, $P \geq 5$ se encontram entre os antecessores e sucessores dos múltiplos de seis. Produtos envolvendo números primos, $P \geq 5$, são também antecessores ou sucessores de múltiplos de seis. Potência envolvendo os números primos $P \geq 5$ tem referência aos múltiplos de seis, o que nos Possibilita escrever uma expressão que nos auxiliam na identificação desses números. Método prático e seguro para identificar esses números com segurança e precisão. A expressão divide a escala numérica em intervalos, identifica os números que vem antes e depois de múltiplos de seis, reconhecem números compostos e números primos, organizando-os em dois grandes grupos: Números primos e compostos. É uma expressão confiável para todos os infinitos intervalos entre potência de números primos seqüentes, menos um.

CONJUNTO DOS NÚMEROS ÍMPARES

O conjunto dos números ímpares é formado pelos números um, três, os números ímpares múltiplos de três, antecessores e sucessores dos múltiplos de seis. Exemplo:

{1, 3, 5, 7, **9,** 11, 13, **15,** 17, 19, **21,** 23, 25, **27,** 29, 31, **33,** 35, 37, **39,** 41, 43...}

Os números primos apresentam as seguintes propriedades: Multiplicando-se números primos tal que $P \geq 5$, se os fatores envolvidos forem antecessores, ou sucessores de múltiplos de seis o produto será sucessor de múltiplo de seis, se os fatores envolvidos forem antecessor e sucessor de múltiplo de seis, o produto será antecessor de múltiplo de seis.

Qualquer número primo tal que $P \geq 5$, elevado ao quadrado a potência será sucessor de um múltiplo de seis.

Essas propriedades nos possibilitam escrever expressão que nos auxilia na identificação dos números primos.

- $(6n - 1)$ = Lê-se, antecessor de múltiplos de seis.
- $(6n + 1)$ = Lê-se sucessor de múltiplos de seis.

As demonstrações abaixo não são produtos notáveis, são exemplos de operação envolvendo números primos. Onde as variáveis serão substituídas por números tal que **$n \geq 5$,** que divide por um e o próprio número.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

• (6n – 1) X (6n – 1) = (6n + 1). O produto envolvendo números primos antecessor de múltiplo de seis será sucessor de múltiplo de seis.

• (6n – 1) X (6n + 1) = (6n – 1). O produto envolvendo números primos antecessor e sucessor de múltiplo de seis será antecessor de múltiplo de seis.

• (6n + 1) X (6n + 1) = (6n + 1). O produto envolvendo números primos sucessores de múltiplos de seis será sucessor de múltiplo de seis.

Expressão que auxilia identificar os números primos

$$\begin{bmatrix} P = 6n - 1 \\ P = 6n + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (P\ K - 1)^2 - 1 \\ a\,(PK)^2 - 1 \end{bmatrix} \neq \left\{ * \begin{bmatrix} 6n - 1 \\ 6n + 1 \end{bmatrix} \leq P(k-1) \right\}$$

INTERVALOS DE NÚMEROS PRIMOS

Intervalo de (1 a 6)

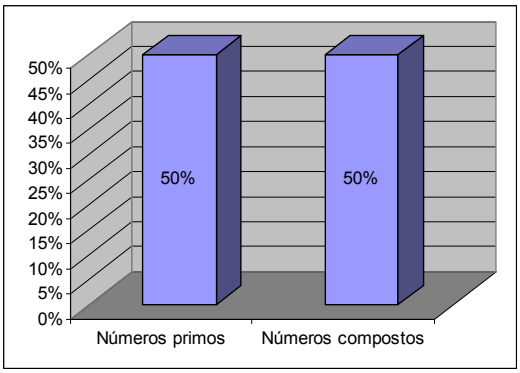
De um a seis o primeiro intervalo para identificar, seis vezes as frações (1/6, 2/3), será igual (1, 4), em que os antecessores e sucessores poderão ser números primos.

Tab. 1.

N	1/6	2/3
6n	1	4
6n – 1	**0**	3
6n + 1	2	5

Neste intervalo 50% dos números são primos e 50% são números compostos.

Graf. 1



Intervalo de (6 a 24)

Para identificar os números primos nesse intervalo, identificar os múltiplos de seis, em seguida identifica os antecessores e sucessores de múltiplos de seis, porque sabemos que os números primos se encontram entre os antecessores e sucessores dos múltiplos de seis.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

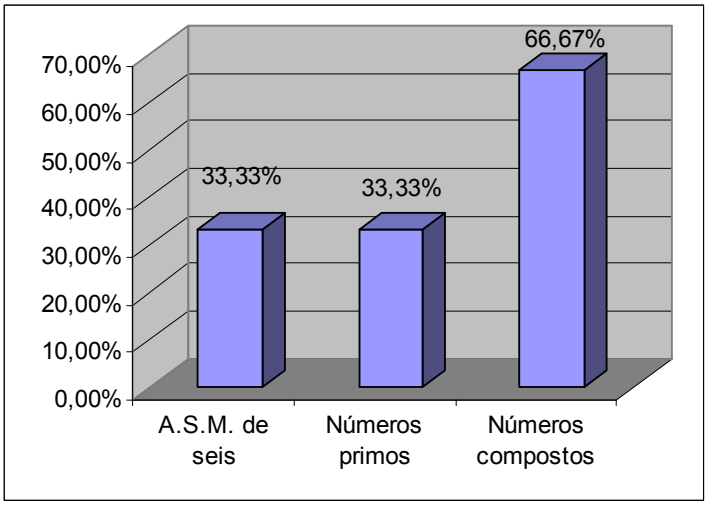
Tab. 2.

n	1	2	3	4
6n	6	12	18	24
6n - 1	-	11	17	23
6n + 1	7	13	19	-

Nesse intervalo todos os antecessores e sucessores dos múltiplos de seis são números primos.

33,33... % são números primos. 66,67... % são números compostos. Porque 100% dos antecessores e sucessores dos múltiplos de seis são números primos.

Graf. 2.



Intervalo (24 a 48)

Nesse intervalo, vamos encontrar **n** que vez seis **6n**, os produtos estão entre 24 e 48, encontramos os antecessores e sucessores desses números, nesse intervalo os múltiplos de **cinco** são números compostos entre os antecessores e sucessores de múltiplos de seis. Veja tabela abaixo:

Tab. 3.

n	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
6n	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**
6n – 1	**-**	29	**35**	41	47
6n + 1	**25**	31	37	43	**-**

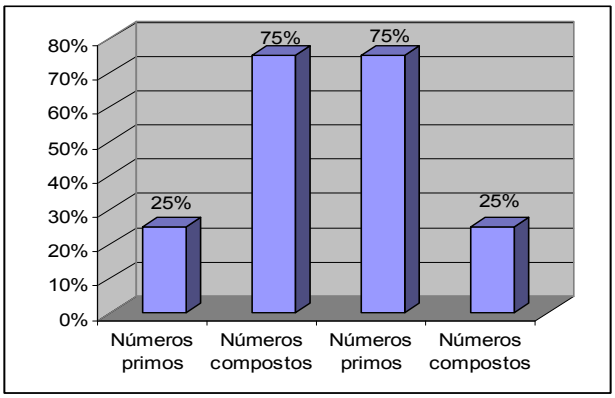
Dividindo {24; 48}/5 = {4,8; 9,6} multiplicando cinco pelos x antecessores e sucessores dos múltiplos de seis, tal que {4,8 < x < 9,6}, os produtos serão múltiplos de cinco

no intervalo {24; 48}. 5 X 5 = 25; 5 X 7 = 35.

P = {29, 31, 37, 41, 43, 47} 25% são números primos de todos os números nesse intervalo, porque 75% são números primos entre os antecedentes e seqüentes dos múltiplos de seis.

25% são números primos, porque 25% dos antecessores e sucessores dos múltiplos de seis são números compostos e 75% desses, números primos. 25% dos antecessores e sucessores dos múltiplos de seis corresponde a 8,33% + 66,67% que são múltiplos de dois e três, corresponde a 75%, os números compostos nesse intervalo.

Graf. 3.



Intervalo (48 a 120)

Identificando os números **n** que vezes seis 6n identificamos os múltiplos de seis no intervalo {48 – 120}, cujos antecessores e sucessores poderão ser números primos. Veja tabela abaixo:

Tab. 4.

n			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
6n	8	4	0	6	2	8	4	0	6	02	08	14	20
6n – 1		3	9	**5**	1	**7**	3	9	**5**	01	07	13	**19**
6n + 1	**9**	**5**	1	7	3	9	**5**	**1**	7	03	09	**15**	

Dividindo (48 e 120) / 5 = (9,6; 24), para identificar os múltiplos de cinco no intervalo (48; 120), devemos multiplicar por **cinco** os **x** antecessores e sucessores de múltiplos de seis, tal que {9,6 < x < 24}. 5 X 11 = 55; 5 X 13 = 65; 5X 17 = 85; 5 X 19 = 95; 5 X 23 =

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

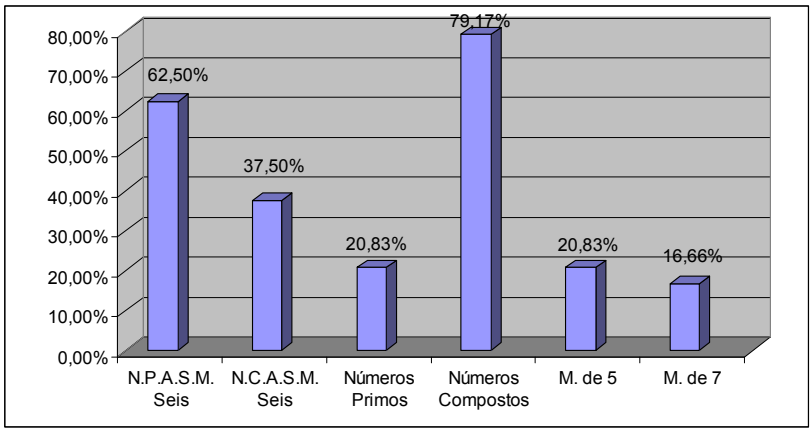
115.

Dividindo (48; 120) / 7 = (6,85; 17,1); Para identificar os múltiplos de sete no intervalo (48; 120), devemos multiplicar por sete os x antecessores e sucessores de múltiplos de seis, tal que {6,85 < x < 17,1}. 7 X 7 = 49; 7 X 11 = 77; 7 X 13 = 91; 7 X 17 = 119.

Neste intervalo: {53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113}, são números primos, {49, 55, 65, 77, 85, 91, 95, 115, 119}, são números compostos entre os antecedentes e seqüentes dos múltiplos de seis.

Em todos os intervalos entre dois números de três divisores a porcentagem dos números que vem antes ou depois de múltiplos de seis é sempre a mesma, 33,333... %, a porcentagem dos números primos varia em proporção dos números compostos que há entre os antecessores e sucessores de múltiplos de seis em cada intervalo.

Graf. 4.



ANTECESSORES E SUCESSORES DOS MÚLTIPLOS DE SEIS

Para identificar os números primos em um intervalo é de suma importância sabermos quantos desses números há em cada intervalo, que são antecessor e sucessor de múltiplos de seis.

Resolvendo a equação abaixo podemos saber quantos desses números existe em cada intervalo.

EQUAÇÃO DOS (6n - 1) e (6n + 1)

$$\frac{6n}{2} + [(k - 1)^2] = k^2 - 1$$

Vamos calcular os antecessores e sucessores dos múltiplos de seis no intervalo (6 a 24). Para este intervalo vamos iniciar com o número seis, este não será elevado ao quadrado.

ISBN 978-85-7764-034-8

$\frac{6n}{2} + 6 = 5^2 - 1$

$\frac{6n}{2} + 6 = 25 - 1$

$\frac{6n}{2} + 6 = 24$

$\frac{6n}{2} = 24 - 6$

$\frac{6n}{2} = 18$

$6n = 18 . 2$

$6n = 36$

$n = 36 / 6$

$n = 6$

No intervalo (6 a 24), há seis antecessores e sucessores dos múltiplos de seis, que são {7, 11, 13, 17, 19, 23}.

PRIMOS DE MERSENNE

Marin Mersenne, matemático francês, Identificou números primos com a fórmula matemática $2^n - 1$, para $n \geq 2$. $2^4 - 1 = 15$, este é número composto. Antecessores de potência de base dois, expoente par, dividem por três, o único antecessor de potência de base dois expoente par que é número primo é o (3), porque é o primeiro dos múltiplos de três. Sucessores de potência de base dois expoente par é antecessor de múltiplos de seis, pode ser número primo, $2^2 + 1 = 5$, é número primo. Antecessores de potência de base dois, expoente ímpar, são sucessores de múltiplos de seis pode ser números primos, $2^3 - 1 = 7$ é número primo. Sucessores de potências de base dois expoente ímpar, são múltiplos de três são números compostos, $2^3 + 1 = 9$ é número composto.

> Os registros históricos dão conta de que os números primos de Mersenne, como atualmente conhecidos, já eram considerados por Euclides de Alexandria (360 a.C – 295 a.C), o criador da geometria Euclidiana. Euclides, ao estudá-los, achou-lhes conexão com os números perfeitos. O nome atual, entretanto, veio em consequência dos estudos de Marim Mersenne, matemático francês que chegou a compilar uma lista de mersennes primos até o expoente 257. Verificou-se, posteriormente, que a lista era apenas parcialmente correta: em seu trabalho, ele omitiu M_{61}, M_{89}, M_{107} (que são primos), bem como incluiu impropriamente M_{67} e M_{257} (que são compostos). Não se tem informação de como Mersenne obteve essa lista e sua verificação rigorosa só foi levada a efeito mais de dois séculos depois. Encontra-se em http://pt.wikipedia.org/wiki/Primo_de_Mersenne.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Na grande busca pelos números primos por mais de dois milênios, um matemático francês, Marin Mersenne, encontrou a potência de base dois (2^n). Acreditava-se que os números primos são os números que na escala numérica seria um antecessor de uma potência de base dois, ($2^n - 1$). Esta propriedade é a metade da propriedade completa, pois os números que têm probabilidade de ser primos entre os antecessores e sucessores de potências de base 2 são: antecessores e sucessores de potências de base dois ($2^n \pm 1$). Obedecendo a uma condição.

PROPRIEDADES DA POTÊNCIA DE BASE 2

$[(2^n + 2) \div 6]$, para **n** par.

$[(2^n - 2) \div 6]$, para **n** ímpar.

Nem todos os números que são antecessores ou sucessores de potência de base 2 são números primos, nem todos os números primos são antecessores e sucessores de uma potência de base dois.

O número dois elevado a expoentes pares, a potência é antecessor de um antecessor de um múltiplo de seis. E o número dois elevado a expoentes ímpares, a potência é um sucessor de um sucessor de múltiplos de seis.

$(2^n + 1) = (6a - 1)$, lê-se, sucessor de uma potência de base dois, é igual ao antecessor de um múltiplo de seis para expoente par.

$(2^n - 1) = (6a + 1)$, lê-se, antecessor de uma potência de base dois, é igual ao sucessor de um múltiplo de seis para expoente ímpar.

Os antecessores e os sucessores dos múltiplos de seis, podem ser números primos ou compostos, então os antecessores e sucessores de uma potência de base dois, também podem ser números primos ou compostos.

Os antecessores de potências de base dois (2^n - 1) para expoentes pares, $\mathbf{n \geq 2}$**,** são múltiplos de 3. E sucessores de potências de base dois (2^n + 1) para expoentes ímpares $\mathbf{n > 2}$**,** também são múltiplos de 3.

$(2^n - 1) \div 3$, para expoente n par.

$(2^n + 1) \div 3$, para expoente n ímpar.

O único antecessor de potência de base dois com expoente par que é número primo é: $(2^2 - 1) = 4 - 1 = 3$. 3, é o primeiro dos múltiplos de 3, é primo. Como todos os antecessores de potências de base dois ($2^n - 1$), com n par, $\mathbf{n > 2}$**,** são múltiplos de 3, todos os antecessores de potências de base dois com expoente par diferentes de 3, são números compostos. E todos sucessores de potências de base dois com expoente ímpar são números

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

compostos, porque são múltiplos de 3.

Para n ≥ 2.

A única potência de base dois que o antecessor e o sucessor são números primos, é o número 4. Isto porque, três é primo e é o único primo que é múltiplo de três. $2^2 = 4$, [(4 + 2) = 6 ÷ 6], (4 + 1) = 5 = (6a – 1), 5 é número primo. [(4 – 1) = 3 ÷ 3]. Nesta demonstração, tanto o **três**, quanto o **cinco**, são números primos.

$2^3 = 8$, [(8 – 2) = 6 ÷ 6], (8 – 1) = 7 = (6a + 1), 7, [(8 + 1) = 9 ÷ 3]. Nesta demonstração, só o **sete** é número primo, o nove é múltiplo de três.

$2^4 = 16$, [(16 + 2) = 18 ÷ 6], (16 + 1) = 17 = (6a – 1), 17, [(16 - 1) = 15 ÷ 3]. Nesta demonstração, 15 é múltiplo de três é número composto, 17 é número primo.

$2^5 = 32$, [(32 – 2) = 30 ÷ 6], (32 – 1) = 31 = (6a + 1), 31, [(32 + 1) = 33 ÷ 3]. Trinta e um é número primo, trinta e três é múltiplo de três, é número composto.

INTERVALOS ENTRE POTÊNCIAS DE BASE DOIS

Usando referência de uma potência de base 2, procurando entre os (6a - 1) e (6a + 1), encontramos vários números primos e vários números compostos.

A propriedade demonstrada acima tende ao infinito. $(2^n + 1) = (6n – 1)$, para **n** par e $(2^n – 1) = (6n + 1)$, para **n** ímpar. Em pontos elevados da escala numérica esta propriedade se continua.

Os antecessores e sucessores de potências de base dois formam intervalos na escala numérica, (2^2 e 2^3), = (4 a 8), (5, 7) são antecessor e sucessor das potências de base dois e são os números primos no intervalo, (2^2, 2^3).

Para (2^3, 2^4), descreve o intervalo de (8 a 16), os números (7, 17), são primos 7 é antecessor de 8, 17 é sucessor de 16, que são potências de base dois. Mas os números, (11, 13), são números primos, não são antecessores nem sucessores de uma potência de base dois e se encontram no intervalo (8 a 16). Logo as potências de base dois não identificam todos os números primos.

Para (2^4, 2^5), são limite do intervalo, (16, 32) 17, é sucessor de 16 e 31 é antecessor 32, são números primos, mas (19, 23, 29), também são números primos e na escala numérica não estão próximos de uma potência de base dois.

CONCLUSÃO

Os números primos não são identificados com referência a potências de base dois.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Essas potências identificam antecessores de múltiplos de seis. A potência de base dois tem espaços variados na escala numérica, enquanto os múltiplos de seis, seus antecessores e sucessores repetem com a mesma freqüência na escala numérica.

Potência de base dois é importante, para identificar números com probabilidade de ser número primo em um determinado ponto da escala numérica.

Podemos identificar números gigantes, com probabilidade de ser números primos, que na escala numérica não se encontram antes, nem depois de potência de base dois. Com a potência de base dois localizam-se múltiplos de seis. Um múltiplo de seis, mais seis e etc. serão sempre múltiplos de seis; somando sempre mais seis, vamos encontra uma seqüência de múltiplos de seis. Localizando-se um múltiplo de seis em um determinado ponto da escala numérica, multiplicar um número X por seis (6X), vamos encontrar também um múltiplo de seis. Exemplo: $2^n + 2 + 6X$, para *n* par. E $2^n - 2 + 6X$ para *n* ímpar. (n € N*) e "X" ao Conjunto Números Inteiros não nulos (X € Z*). Vamos encontrar múltiplos de seis em um determinado ponto da escala numérica, que não seja antecessor de potência de base dois com expoente ímpar, nem sucessor de potência de base dois com expoente par. Os antecedentes e seqüentes desses múltiplos de seis podem ser número primo, então esses antecessor e sucessor de múltiplos seis pode ser primo gigante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os números primos estão distribuídos por toda escala numérica. Por ser os primeiros dos múltiplos de um número só dividem por um (1) e pelo próprio número (n). Vários matemáticos ao longo da história contribuíram com acertos e erros para a definição desses números. No IV século antes de Cristo esses números já eram observados, ainda no século XXI depois de Cristo, estamos trabalhando por esse mesmo objetivo. Temos muito que agradecer a esses matemáticos, foram os desbravadores das propriedades que nos levam aos números primos.

REFERÊNCIAS

GIOVANE, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. ***A conquista da matemática***. São Paulo: FTD, 2002.

FILHO, E. de Alencar. ***Teoria elementar dos números***. Nobel: São Paulo, 1987.

GALILEU, Revista. Julho de 2004. p. 15.

GOLDBACH, Christian (1690 a 1764). ***Barsa***: Enciclopédia Britânica do Brasil. São Paulo, 1998.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

IEZZI, Gerson. ***Álgebra moderna***. 3. ed. São Paulo: Atual, 1995.

MERSENNE, Marin. Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/primo_de_Mersenne.

SUPER INTERESSANTE. São Paulo: Abril. Outubro de 1997.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

REFLEXÕES E RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS

Jonimar da Silva SOUZA – FAEMA
(jonimarsouza@gmail.com)

RESUMO

Este artigo originou-se devido às reflexões atuais sobre as origens das dificuldades dos alunos na interpretação, argumentação e o precário desenvolvimento do aprendizado matemático. E compreendendo que recurso didático é todo material ou mídia utilizada para promoção da educação sugerimos neste trabalho a utilização de alguns recursos para um melhor ensino matemático, principalmente nas series iniciais, para auxiliar a percepção sobre a aprendizagem. As atividades desenvolvidas na pesquisa foram realizadas com alunos do ensino fundamental de uma escola da rede estadual no município de Ariquemes/RO. As atividades e os resultados encontrados durante a sua realização servem de reflexão para a aquisição de novas práticas e novas formas de trabalhar diversos conteúdos matemáticos em sala. Entre os principais resultados obtidos podemos destacar o interesse acentuado dos discentes pelas atividades e a reflexão destes sobre a utilização da disciplina. Os principais referenciais teóricos utilizados para fundamentar o artigo foram Pedro Demo e Vygostsky.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Recursos Didáticos; Dificuldades.

INTRODUÇÃO

Um bom profissional de educação era compreendido anteriormente como aquele que passava os conteúdos no quadro negro e os alunos copiavam e resolviam as questões. Mas hoje em dia o aprendizado envolve ainda um complexo processo de atividades motivadoras e a reflexão dos exercícios. Sobre essa antiga forma de ensino, Demo (1996, p. 27) diz que "podemos hoje dizer que esse processo transmissivo é instrução, não propriamente educação". Desta forma, a atividade de aprender se sobressai ao exercício de ensinar.

Assim, os educadores ficam perdidos entre as responsabilidades do ensino tradicional e as exigências atuais. Os professores procuram se atualizar, aprender sobre as novas tecnologias, conhecer sobre as drogas, assimilar os novos comportamentos dos alunos. Mas eles acabam se desmotivando diante de um salário baixo e sem um método realmente capaz de abarcar todas as exigências para um ensino que leve em consideração a individualidade e que consiga interesse dos alunos.

O professor então enfrenta uma questão: voltar ao ensino tradicional ou sofrer tentando conseguir um método que leve em consideração as questões da nova pedagogia? Uma pergunta que os professores tentam responder ao mesmo tempo em que equilibram entre

as duas linhas. Quando falamos do ensino de matemática essas questões podem ser ainda maiores, uma vez que os números são vistos pelos alunos como uma língua desconhecida.

Por outro lado, os discentes sentem dificuldade no ensino da matemática, por não compreenderem o que está sendo lhe ensinado. Desta forma, existe a necessidade do aluno construir o conhecimento por meio de atividades dinâmicas pelas quais incentiva-o a pensar, analisar e fazer deduções. Assim, acreditamos que os recursos didáticos seriam bons instrumentos para promover esse tipo de construção de conhecimento.

Como recursos didáticos Reys (*apud* PASSOS, 2006, p. 78) define como "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que tem aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma idéia".

E é tentando buscar novos recursos didáticos para o ensino da matemática e compreender sua influência na aprendizagem que esse artigo surgiu. Ele é resultado de um trabalho com alunos de uma escola estadual da cidade de Ariquemes/RO, onde foram desenvolvidas algumas atividades matemáticas com os discentes.

OBJETIVOS

1 – OBJETIVO GERAL

Desenvolver estratégias para conhecimento do contexto educacional do ensino de matemática nas series iniciais do ensino fundamental e desenvolver atividades lúdicas com uma turma para verificar sua influência na aprendizagem dos alunos de uma escola pública do município de Ariquemes/RO.

2 – OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ✓ Buscar recursos didáticos de fácil acesso que possam ser utilizados no ensino da matemática nas series iniciais.
- ✓ Por um período de tempo aplicar atividades lúdicas em uma turma e verificar o processo de aprendizagem na mesma.
- ✓ Conhecer o contexto educacional do ensino de matemática nas séries iniciais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1 – SÉRIES INICIAIS

De acordo com a Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006 (BRASIL, 2006)[1] é

[1]<https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-006/2006/Lei/L11274.htm> Consultado em 09/10/2010.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

acrescentado mais um ano no ensino fundamental que passa a corresponder do primeiro ao nono ano. As crianças, dessa forma, podem ser matriculadas a partir dos 6 anos de idade no Ensino Fundamental. Este Ensino ainda é subdivido entre séries iniciais (do 1º ao 5º ano) e séries finais (do 6º ao 9º ano).

As séries iniciais são geralmente vistas como o período de alfabetização. E como alfabetização alguns compreende o ensino da língua materna, o português no nosso caso. Porém, ela não deve abranger apenas as letras, é preciso alfabetizar numericamente essas crianças, pois a matemática constitui-se também de uma linguagem que é peculiar, sendo difícil compreendê-la sem acesso aos seus conhecimentos básicos.

Sobre a função do ensino de matemática Skovsmose (2001) diz que ela deve instrumentar o aluno para que ele compreenda como essa disciplina afeta seu cotidiano e como ele pode se posicionar utilizando-a. Porém, o ensino geralmente é feito de maneira em que o professor é tido como quem sabe tudo e o aluno é como uma tabula rasa que precisa ser preenchida.

Ferreira (1997) nos alerta que é preciso levar em consideração a evolução do saber-fazer, ou seja, levar em consideração o que o aluno traz de seu cotidiano para a escola primeiramente para construir do saber abstrato para o conhecimento formal. Assim, mostra-se aos discentes que a matemática existe fora da escola, e que é preciso conhecê-la para saber como utilizá-la adequadamente.

Porém, alguns educadores apresentam dificuldades de adaptar seus conteúdos matemáticos escolares ao cotidiano dos alunos. De acordo com Demo (1996) isso acontece porque os professores de séries iniciais geralmente não têm capacitação suficiente, além de serem mal remunerados. Para ele, o ensino infantil deve ser a etapa mais importante da educação, assim "quanto menor a criança, maior deve ser o profissional" (DEMO, 1996, p. 129).

Ainda de acordo com Demo (1996, p. 118) vemos a necessidade de uma melhor capacitação dos cursos para professores das séries iniciais, pois para o autor "os cursos de pedagogia precisam ser atuais para ter efeito atualizador. Devem abandonar posturas arcaicas ligadas, por exemplo, ao distanciamento das áreas exatas".

Assim, o desafio da educação matemática é atuar nas séries iniciais, onde os alunos devam receber toda a base necessária além de uma visão mais positiva sobre a disciplina para que possam se desenvolver mais satisfatoriamente no ensino da mesma futuramente.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

2 – A HISTÓRIA DA MATEMATICA

Na antiguidade as pessoas precisavam comprar e vendar, porém não tinham como calcular os negócios realizados. Surge então a matemática neste contexto, servindo como instrumento para conhecimento do mundo e domínio da natureza (BOYER, 1996).

De acordo Eves (2004, p. 57) "pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas á agricultura e à engenharia".

Assim, a história nos mostra que a matemática originou e desenvolveu-se a partir das necessidades das pessoas. Os povos antigos usaram-na para resolver problemas práticos, como compra e venda, construções, impostos, entre outros. Porém, a matemática hoje em dia é vista como uma ciência abstrata, distante do cotidiano das pessoas, influenciando o ensino da disciplina na educação.

MÉTODO

A proposta deste trabalho consistiu em realizar atividades com 34 alunos do quarto ano das series iniciais do ensino fundamental onde seriam utilizados alguns materiais do cotidiano dos discentes e trabalhar os conceitos da disciplina a partir destes. Os encontros eram realizados numa escola em que os discentes estavam matriculados. Todos os colaboradores eram de uma escola estadual do município de Ariquemes/RO.

Como referencial o artigo está embasado em teóricos da pedagogia e da matemática que afirmam a importância de reformulações das práticas do ensino da disciplina e da necessidade de adaptá-la ao cotidiano dos estudantes. Entre os teóricos utilizados estão Vygostsky e Pedro Demo.

PRINCIPAIS RESULTADOS E ANÁLISE

No intuito de conhecer o contexto pedagógico do ensino de matemática nas séries iniciais dividimos este trabalho em quatro etapas, onde se trabalhou um assunto da disciplina da matemática em cada uma. Nos encontros realizávamos uma introdução do assunto a ser tratado naquele dia. Posteriormente eram utilizados alguns materiais que pudessem auxiliar melhor na compreensão do que foi exposto, além de mostrar como poderiam usar os conceitos em ações práticas.

O trabalho era realizado com alguns materiais didáticos que eram levados pelo professor ou confeccionado juntamente com a turma. Os principais materiais utilizados foram: fita métrica, cereais, jogos, figuras e frutas. A importância da utilização destes recursos se fez

por entendermos que:

> Os apoios didáticos, mesmo facilitando principalmente o acesso ao conhecimento disponível, ajudam muito a estabelecer a cultura da pesquisa, na medida em que socializam o acesso de tal forma que já não é possível fugir dos compromissos construtivos e participativo (DEMO, 1996, p. 111).

Entendemos ainda que com o auxílio de materiais didáticos os professores estão oferecendo todas as formas possíveis para o aluno conseguir aprender os conteúdos, além de ser outra forma de avaliação do desenvolvimento dos discentes.

A primeira etapa do projeto consistiu em trabalhar com medidas de comprimento. Após a explanação do professor sobre o tema daquele dia a turma foi dividida em duplas. O trabalho dos alunos consistiria em fazer uso da fita métrica e realizar anotações. Os discentes se mostraram empolgados e interessados pela atividade, medindo o máximo de objetos que estava ao alcance deles, como portas, carteiras, quadro, entre outros. Mas também fizeram uso desse instrumento neles próprios, medindo a altura e cintura uns dos outros.

De acordo com Vygotsky (1988) essa forma de educação é que leva a criança a apropriar-se de um conceito, pois para ele é necessário anteriormente fazer uso social de algo para que posteriormente possa saber como usar. Ou seja, para facilitar a aprendizagem sobre medidas de comprimento faz-se necessário que os discentes possam interagir com os instrumentos que envolvam este conceito. Por isso, realizávamos ao final de cada encontro uma nova discussão sobre o que foi visto naquele encontro para saber o que foi apropriado realmente por eles.

Na segunda etapa deste projeto fizemos uso da tabuada, e para isso foi levado para a sala alguns grãos de milhos e feijões. Os discentes foram levados para o pátio da escola por ser um local com mais espaço e foram divididos em duplas como na primeira etapa. Foi então explicado para os alunos que antigamente as pessoas contavam fazendo uso de pedras. Assim os pastores sabiam quantas ovelhas tinham, por exemplo, de acordo com a quantidade de pedras, sendo que cada uma correspondia a um animal.

Utilizando-se deste conhecimento os alunos discutiram sobre a importância dos números e o quanto seria difícil a vida sem eles. Foi solicitado então que as crianças manuseassem os cereais em duplas. Depois foram apresentados alguns problemas de matemática em que elas deveriam resolver com o auxilio dos feijões e milhos. Os discentes tiveram de realizar cálculos de soma, subtração, multiplicação e divisão com este recurso. Posteriormente realizamos uma discussão a respeito da importância da matemática na vida das pessoas. “Voltando aos conceitos básicos, educação significa construção e participação. Uma aula expositiva não faz isso. Ao contrário, induz à cópia, porque é cópia” (DEMO, 1996,

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

p. 95).

Na terceira etapa do trabalho realizamos atividades voltadas para o conhecimento das formas geométricas. Para isso foram usadas figuras desenhadas em cartazes levadas pelo professor e objetos que estavam na própria escola. Primeiramente foi perguntado aos alunos se eles conheciam o nome daqueles desenhos e pra que serviam o conhecimento daquelas formas. Posteriormente foi realizada uma apresentação dos desenhos e suas utilidades e ainda um espaço para eles fazerem desenhos com o uso daquelas formas. Os alunos então tiveram um tempo para identificarem objetos dentro da escola que continham aqueles contornos e para fazerem anotações. Os discentes concluíram então que todos os objetos possuem alguma forma geométrica.

Para o trabalho com frações, na quarta etapa, foram utilizadas algumas laranjas como recurso didático. Foi levado para a sala de aula um número inferior de laranjas em relação à quantidade de alunos. Com isso abriu-se a discussão de como fazer a divisão para que cada aluno recebesse a mesma quantidade da fruta. Chegaram à conclusão de que as frutas deveriam ser cortadas ao meio. Posteriormente, outras suposições foram desenvolvidas com as laranjas para o trabalho com frações. A fim de explorar mais o conhecimento dos discentes a respeito de frações, eles foram divididos em grupos para jogos de dominó de fração, um brinquedo pedagógico.

Os professores muitas vezes reclamam da falta de recursos didáticos para se trabalhar em sala de aula, porém foi verificado que o improviso e a uma boa criatividade já é suficiente para tornar a aula mais dinâmica e interessante. Cardoso (1992) fala sobre o uso de recursos para desenvolvimento de uma melhor e maior aprendizagem. A autora diz ainda sobre a importância de materiais bem diversificados para uma compreensão mais profunda dos conteúdos.

Com as atividades com esta turma verificamos a partir das falas dos alunos a ausência de recursos didáticos no ensino de matemática. Os docentes ainda fazem uso do ensino formal, tendo eles função apenas de transmissores de conhecimentos. Demo (1996, p. 40) diz que a matemática é quase como uma língua por ser uma expressão comum, mas "mesmo assim, continua espantalho da escola e marcada pela memorização mecânica".

Porém, Demo (1996) não culpabiliza somente o professor por esse ensino primitivo da matemática. O autor relata que estes docentes são mal remunerados e sua formação não é suficiente. Acrescento aqui ainda o grande número de alunos em sala de aula e a falta de incentivos por parte dos gestores da escola.

Mas diante dessa realidade o que fazer? Não podemos ficar de braços cruzados e

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

responsabilizando uns aos outros. É preciso fazer com que o ensino, principalmente o básico, seja um local de real acesso ao conhecimento e reflexão deste. Só assim estaremos contribuindo para uma sociedade que tenha acesso e aproveitamento da educação verdadeiramente.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

CONSIDERAÇÕES

A matemática tem um papel fundamental na vida das pessoas. Faz-se uso dela para um simples troco, para saber quantas horas faltam para o futebol, para calcular as dividas, para dizer quantos anos se tem. Enfim, os números estão presentes em diversos momentos, senão em todos, da vida de uma pessoa. Mas ao mesmo tempo em que verificamos essa presença diária também se observa nas salas de aula o insucesso dos alunos na disciplina da mesma.

Acreditamos que uma das formas de torná-la mais atraente e efetiva é através de renovações do ensino didático. Entre as mudanças necessárias acreditamos que o ensino deve ser mais voltado para a realidade dos alunos, além de ter de ser menos teórico e mais prático.

Porém, não queremos com este trabalho propor que se substitua o conhecimento teórico por atividades lúdicas, mas que uma deve estar associada a outra para a aprendizagem ser facilitada. Os professores precisam compreender que o uso de recursos didáticos só vem a servir como apoio no desenvolvimento do conhecimento matemático.

O presente trabalho mostrou o quanto os recursos despertam interesse e leva os estudantes a associarem mais facilmente o conteúdo exposto. Porém, a grande mudança deve começar sobre a concepção do que é ensinar e aprender. Quando se compreende que o ensino não deva ser passivo, um grande passo já é dado dentro das escolas.

Os recursos, desta forma, deixam de ser vistos como impossíveis devido à falta de investimentos. O professor que se propõe a auxiliar o aprendizado matemático verá num simples grão de feijão uma ferramenta para um ensino de qualidade.

REFERÊNCIAS

BOYER, C.B. ***História da matemática***. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. ***Lei nº 11.274, de 16 de fevereiro de2006***. Brasília, 2006. Acesso em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-006/2006/Lei/L11274.htm> Acesso em: out. de 2010.

CARDOSO, Virgínia Cárdia. ***Materiais didáticos para as quatro operações***. São Paulo: AEM-USP, 1992.

DEMO, Pedro. ***Educação e qualidade***. São Paulo: Papirus, 1996.

EVES, Howard. ***Introdução à História da Matemática***. Campinas: Unicamp, 2004.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. ***Etnomatematica***: uma proposta metodológica. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1997.

PASSOS, Carmen Lucia Brancaglion. ***Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática***. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

SKOVSMOSE, O. ***Educação matemática crítica***: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

VYGOTSKY, L. S.; LÚRIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. ***Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem***. São Paulo: Ícone, 1988.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8

PROSPOSTA DE PESQUISA SOBRE FRAÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO

Marcelo Moysés CORILAÇO – UNIR/PIBID/CAPES
(mmc0704@hotmail.com)
Joelma Lucia PROENCIO – UNIR/PIBID/CAPES
(joelmaproencio@hotmail.com)
Mariza dos SANTOS – UNIR/PIBID/CAPES
(mariza_2112@hotmail.com)
Elihebert SARAIVA – UNIR/PIBID/CAPES
(elihebert_saraiva@hotmail.com)
Marlos Gomes de ALBUQUERQUE – UNIR/PIBID/CAPES
(marlos@unir.br)

RESUMO

O presente artigo aborda uma proposta de pesquisa sobre frações para o Ensino Médio e foi desenvolvido com os alunos da Escola Estadual Aluízio Ferreira, no município de Ji-Paraná/RO, que participam das aulas de reforço em matemática. Tais aulas são ministradas pelos bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) que cursam Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Federal de Rondônia (UNIR). Inicialmente foi aplicado um teste com a intenção de observar as dificuldades e os conhecimentos prévios dos alunos frente ao tema, a partir de então foi desenvolvido um trabalho utilizando diferentes ferramentas de ensino para que fosse possível minimizar as dificuldades observadas. Uma das maiores preocupações ocorreu no sentido de tornar esse trabalho prático e objetivo, de forma que despertasse o interesse dos alunos e assim possibilitasse maior rendimento em sala. Por fim, para verificar se o trabalho obteve resultado positivo foi feito outro teste que continha exercícios semelhantes ao teste aplicado inicialmente.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Frações; Proposta de Pesquisa; Ensino Diferenciado.

INTRODUÇÃO

O conceito fracionário surgiu espontaneamente a partir do momento em que o homem sentiu a necessidade de dividir alimentos e utensílios com os demais integrantes do seu núcleo de convivência. Posteriormente, foi desenvolvido pelos egípcios para demarcação de terras e pelos babilônios para transações comerciais. Atualmente, as frações são utilizadas em incontáveis atividades do cotidiano. Dessa maneira, o objetivo desse artigo é investigar as dificuldades dos alunos do ensino médio em relação às frações e tentar auxiliá-los a compreender melhor esse assunto.

A importância do estudo sobre frações no ensino médio é notável, uma vez que essa matéria se encontra presente e interconectada com vários outros conceitos dentro do

campo matemático, sendo assim, é fundamental que o aluno compreenda seu significado e saiba operar com as frações. Os PCNs destacam pontos importantes sobre frações:

> Explorando situações em que usando apenas números naturais não conseguem exprimir a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão, os alunos identificam nos números racionais a possibilidade de resposta a novos problemas ... (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1988, p. 67).
> A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1988, p. 68).

Fazendo parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)[2], foi possível perceber que os alunos estavam com dificuldades em realizar as operações básicas com as frações, desta forma, foi observado a necessidade de fazer um trabalho de pesquisa que identificasse quais eram essas dificuldades, para procurar por meio de metodologias diferenciadas a possibilidade de sanar as dúvidas e facilitar a aprendizagem destes alunos.

PESQUISA

Inicialmente foi comunicado a direção da escola que disponibilizou uma sala de aula para a pesquisa, logo após foram convidados alunos das três séries do ensino médio para participarem das aulas, então foi formulado um questionário, diferente para cada série, com exercícios sobre conteúdos que os alunos já haviam estudado, além de um sistema de equações e uma expressão numérica. Cada exercício continha duas questões **a** e **b**, a letra **a** envolvia números inteiros, de forma que fosse possível observar o conhecimento do aluno, e a letra **b** envolvia frações e inteiros, desta maneira, tornando possível identificar a dificuldade do aluno em realizar operações com frações. Após a aplicação do questionário foi verificado que a dificuldade se encontrava não apenas nas operações fracionárias, mais também na representação quantitativa e equivalência de frações, além de outras propriedades matemáticas.

Identificado os problemas, o desafio foi planejar as aulas de maneira que facilitasse a aprendizagem e chamasse a atenção dos alunos com assuntos que lhes interessavam. O trabalho teve inicio com a leitura e a interpretação de alguns textos, distribuídos em sala. Os mesmos traziam o uso das frações no dia a dia, fatos históricos

[2] É uma ação conjunta do Ministério da Educação por intermédio da Secretaria de Educação Superior (SESu), da fundação de Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), com vistas a fomentar a iniciação a docência de estudantes das instituições federais de educação superior e preparar a formação de docentes em nível superior, em cursos de licenciatura presencial para atuar na educação básica pública. No município de Ji-Paraná, estado de Rondônia, iniciou no ano de 2009 na Escola Aluízio Ferreira sob coordenação do professor mestre Marlos Gomes de Albuquerque, sendo oferecidas aulas de reforço na disciplina de matemática por quinze bolsistas que fazem o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Rondônia.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

envolvendo as frações, curiosidades sobre escala musical e a divisão das notas, milimetragem das lapiseiras, cilindradas dos motores e as votações do Congresso Nacional, divisão de tempo dos mangás e outros. Com a abordagem destes textos foi possível mostrar a importância dos números fracionários e sua presença constante no cotidiano.

Para facilitar a representação de equivalência de frações usamos o tangran confeccionado com E.V.A. colorido, então foi pedido aos alunos que montassem o tangran e em seguida que representassem as peças maiores em função dos triângulos menores, sendo assim, eles puderam observar que o triângulo maior equivale a quatro triângulos menores, e que as outras figuras do tangran (quadrado, paralelogramo e o triângulo médio) também podem ser divididas em triângulos menores. Veja na Figura 1.

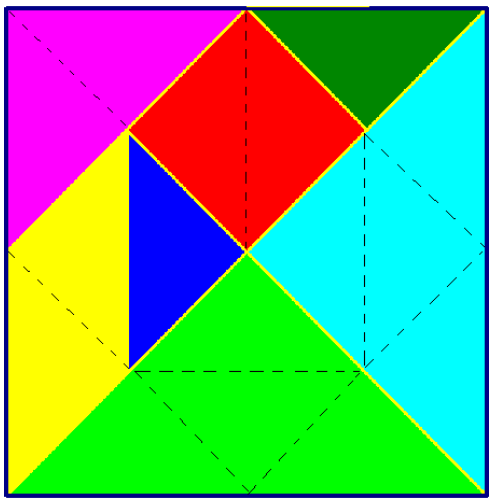


Figura 1: Tangran partido em triângulos pequenos

Adição e Subtração

Inicialmente foi usado fitas de papel para introduzir o conceito das operações fracionárias, onde os alunos puderam visualizar geometricamente o que acontece durante a adição e subtração de frações. Observe um exemplo na Figura 2, onde é ilustrada a adição de 1/2 e 1/3.

Figura 2: Exemplo de adição de frações, através do uso de fitas de papel.

Veja que no resultado a nova fita foi dividida em seis partes, que é o resultado do mínimo múltiplo comum entre os denominadores 2 e 3, desta nova fita foram pintadas três partes de amarelo que corresponde a quantidade presente na primeira fita, desta forma é

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

possível visualizar a equivalência entre 1/2 e 3/6, logo após, foram pintadas duas partes de azul que corresponde a segunda fita, pois 2/6 é equivalente a 1/3.

Além da forma convencional e geométrica foram mostradas outras técnicas que poderiam facilitar os cálculos, os alunos fizeram vários exercícios utilizando essas técnicas e compararam os resultados.

Após o uso das fitas foram feitos alguns resumos sobre as técnicas de se operar com as frações, pois com o conteúdo em mãos eles podem estudá-lo quantas vezes quiserem podendo também repassá-los para os demais colegas. Acompanhe um breve resumo sobre o passo-a-passo.

Primeira técnica:

1º Identifique qual operação fracionária esta sendo pedida (adição, subtração, multiplicação ou divisão).

2º Caso seja a adição ou subtração, pode-se resolver através do Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.).

3º Encontre o M.M.C. dos denominadores das frações.

4º Divida o valor encontrado no M.M.C., pelo denominador da primeira fração e multiplique o resultado por seu numerador.

5º Coloque o sinal de adição e subtração.

6º Divida o valor encontrado no M.M.C., pelo denominador da segunda fração e multiplique o resultado por seu numerador.

7º Resolva o cálculo final e, se possível, simplifique.

Observação: Caso o exercício contenha operações com mais de duas frações, continue fazendo os passos de divisão pelo denominador e multiplicação pelo numerador das frações seguintes.

Segunda técnica:

1º Multiplique os denominadores das frações.

2º Multiplique o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração.

3º Coloque o sinal de adição ou subtração.

4º Multiplique o numerador da segunda fração pelo denominador da primeira fração.

5º Resolva o cálculo final e, se possível, simplifique.

Observação: Caso o exercício contenha operações com várias frações, resolva primeiro a operação com duas frações e depois utilize o resultado para o cálculo com as demais.

O uso de uma técnica além da convencional permite que o aluno possa escolher a forma que considerar mais fácil e eficaz na resolução de um problema. Esta etapa foi a mais

ISBN 978-85-7764-034-8

trabalhada com os alunos, pois é onde se encontram as maiores dificuldades.

Multiplicação e Divisão

As técnicas para a multiplicação e divisão envolvem operações menos complexas, por isso boa parte dos alunos não tinham muitas dificuldades, desta forma foi trabalhada a técnica convencional de como realizar as duas operações. Acompanhe um breve resumo sobre o passo-a-passo.

Multiplicação:

1º Realize a multiplicação entre os numeradores.

2º Realize a multiplicação entre os denominadores.

3º Se possível, simplifique o resultado final.

Observação: Caso o exercício contenha operações com várias frações, resolva primeiro a operação com duas frações e depois utilize o resultado para o cálculo com as demais.

Divisão:

1º Realize a multiplicação do numerador da primeira fração, pelo denominador da segunda fração. (O produto será o numerador da fração resultante)

2º Realize a multiplicação do numerador da segunda fração, pelo denominador da primeira fração. (O produto será o denominador da fração resultante)

3º Se possível, simplifique o resultado final.

Observação: Caso o exercício contenha operações com várias frações, resolva primeiro a operação com duas frações e depois utilize o resultado para o cálculo com as demais.

REALIZAÇÃO DE UM NOVO QUESTIONÁRIO

Ao terminar as aulas foi necessário verificar se a pesquisa foi satisfatória. Então, foi feito um novo questionário semelhante ao primeiro quanto aos modelos dos exercícios. Logo após corrigir o novo questionário, foi possível observar uma melhora significativa dos alunos que freqüentaram as aulas quanto à resolução dos exercícios que continham operações fracionárias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho foi possível verificar que a aprendizagem se torna mais significativa quando se faz uso de ferramentas de ensino que valorizam o raciocínio lógico e oferecem mais de uma forma de resolução de problemas.

Durante o trabalho foi possível notar uma melhora dos alunos em relação às

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

dificuldades apresentadas inicialmente, além disso, com um ensino diferenciado é notável o empenho dos mesmos na busca do aprendizado.

Outra mudança importante foi na opinião que os alunos possuíam em relação às frações, pois alguns consideravam a matéria difícil e não sabiam operar com as mesmas e após as aulas eles perceberam que o as frações não são complicadas e que seu uso vai além da sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática*** (1° e 2° Ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC.1998.

BIBLIGRAFIA CONSULTADA

AMORIM, Marlene Pires; DAMAZIO, Ademir. ***Apropriação de significações do conceito de números racionais***: um enfoque histórico-cultural**.** IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007.

BARRETO, Filho Benigno; BARRETO, Cláudio Xavier. ***Matemática aula por aula***: volume único: Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2000.

COSTA, Acylena Coelho; SÁ, Pedro Franco de. ***Operações com frações X dificuldade na resolução de problemas***. IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007.

IMENES, Luiz Marcio Pereira; JAKUBOVIC, José; LELLIS Marcelo Cestari. ***Frações e números decimais***: Pra que serve matemática. São Paulo, 1993.

SANTOS, Vânia Feitoza dos; CARNEIRO, Maria Carolina Cascino da Cunha. ***Frações***: História e contexto escolar. São Paulo.

VASCONCELOS, Cleiton Batista; BARBOSA, Gerardo Oliveira. ***Cadernos de aritmética***: Frações. Ceará.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

A INFLUÊNCIA DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL: CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DE ACADÊMICOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.

Adelci ALVES – UNIR/PIBID/CAPES
(adelci_alves@hotmail.com)
Jaquelyne Macedo ORTEGA– UNIR/PIBID/CAPES
(jaque_ortega_23@hotmail.com)
Joab de SOUZA– UNIR/PIBID/CAPES
(joabpena@hotmail.com)
Marlos Gomes de ALBUQUERQUE– UNIR/PIBID/CAPES
(marlos@unir.br)

RESUMO

O objetivo do presente artigo é analisar os relatos de experiências dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), subprojeto de Matemática, e saber qual a sua influência na formação inicial e na construção da identidade profissional dos participantes.

O PIBID

O Programa Institucional de Iniciação a Docência (PIBID), é um ação conjunta do ministério da educação, por intermédio da Secretaria de Ensino Superior – SESU, da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

O PIBID visa contribuir para a solução de problemas enfrentados por mudanças curriculares nos sistemas educacionais, de uma forma crítica, com aperfeiçoamento, desenvolvimento da prática docente. Busca também fortalecer a integração ensino com a pesquisa e a extensão na formação inicial e continuada de professores, valorizando o espaço da escola pública, como campo de experiência para a construção do conhecimento da docência para educação básica. O mesmo é defendido na Lei de Diretrizes e Bases da educação, no capítulo reservado à educação superior:

> Art. 43 – III. Incentivar o trabalho em pesquisa e investigação científica, visando o desenvolvimento da ciência e da tecnologia e da criação e difusão da cultura, e, desse modo, desenvolver o entendimento do homem e do meio em que vive (p. 136).

Os objetivos do PIBID são:

- Incentivar a formação de professores para a educação básica, especialmente para o ensino médio;

- Valorizar o magistério, incentivando os estudantes que optam pela carreira docente;

- Promover a articulação integrada da educação superior do sistema Federal com a educação básica do sistema público, em proveito de uma sólida formação docente inicial;

- Promover a melhoria da qualidade da educação básica;

- Estimular á integração da educação superior com a educação básica no ensino fundamental e médio, de modo a estabelecer projetos de cooperação que elevem a qualidade do ensino nas escolas da rede pública;

- Proporcionar aos futuros professores participantes, participação em ações, experiências metodológicas e práticas docentes inovadoras, articuladas com a realidade local da escola;

- Fomentar experiências metodológicas e práticas docentes de caráter inovador, que utilizem recursos de tecnologia da informação e da comunicação, e que se orientem para a superação de problemas identificados no processo ensino-aprendizagem.

Assim, o programa torna-se importante para todos os envolvido, mesmo que indiretamente, pois a educação é a base da vida social, e através das atividades práticas, os envolvidos estão em constante crescimento pessoal e para a construção de suas identidades profissionais.

FORMAÇÃO INICIAL

Sabendo que o conhecimento do professor deve ir além dos conteúdos programáticos, considera-se que a pesquisa durante a formação inicial é um meio pelo qual os acadêmicos têm a oportunidade de conhecerem mais sobre sua futura prática profissional onde, atuando como pesquisadores podem desenvolver não só o intelecto, mas também a sua didática de sala de aula.

A formação inicial pressupõe um conjunto de habilidades necessárias no início de carreira. É a idéia de que o profissional teve a oportunidade de aprender, ou quem sabe revisar aquilo pelo qual se deve trabalhar com seus alunos.

Segundo Pires (2002), é durante o processo de investigação, que o acadêmico pesquisador, ao mesmo tempo em que ensina também aprende, estando em constante reestruturação de seus conhecimentos. Assim sendo, o verdadeiro educador é aquele que se preocupa com o amanhã de cada aluno. E para chegar a esse estágio é necessário passar por profissionais bem preparados e preocupados com o futuro de uma geração.

Pode-se considerar o contato com a pesquisa durante a formação inicial importante para o desenvolvimento crítico-social, pois durante esse processo de investigação-ação é necessário o diálogo com outros participantes, havendo assim troca de experiências

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

com acadêmicos, professores de matemática e outros profissionais da área da educação.

O professor é a peça fundamental no seu processo de formação, pois ele é quem vai lidar diretamente com a sala de aula, com os alunos e todas as suas complexidades, portanto é preciso que ele tome a iniciativa na busca pelo conhecimento sabendo que sua formação inicial não é um fim em si mesmo, mas sim, tão somente, uma qualificação inicial mínima e exigida para que ele possa exercer a sua profissão.

Portanto, a presença da pesquisa nas instâncias da formação inicial contribui não somente para a vida acadêmica dos participantes, mas também para o desenvolvimento de suas identidades profissionais, visto que é importante a reflexão sobre a prática docente.

PROGRAMA DE PESQUISA E A SALA DE AULA

No desenvolvimento das atividades exigidas pelo programa de pesquisa, os participantes tem a oportunidade de reconstruir suas práticas docentes quando passam a conhecer a realidade das escolas públicas e da sala de aula. Nessa perspectiva, Bolzan (2002, p. 22) afirma que "a construção do papel de ser professor é coletiva, se faz na prática de sala de aula, exercício da atuação cotidiana na escola".

A pesquisa em sala de aula proporciona o amadurecimento pessoal e profissional. Mion e Bastos (2001, p. 30) entendem que "no trabalho docente em sala de aula, podemos viabilizar o exercício e a construção da cidadania, desde que escolhamos organizar e/ou redimensionar a prática educacional".

Nesse mesmo sentido Mello (2000) salienta que no futuro, a boa qualidade dos professores poderá eliminar os custos dos grandes empreendimentos voltados para a educação e ainda ressalta que se os professores tivessem aprendido a aprender, poderiam ser gestores de sua própria atualização profissional, tornando-se bem preparados e tendo a formação continuada quase toda na própria escola.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa situa-se no âmbito da educação matemática e está relacionada à formação inicial. A metodologia abrange a análise qualitativa e interpretativa dos relatórios elaborados por bolsistas que já participaram e/ou participam ao longo do exercício das atividades no programa, e também será feita análise das respostas que serão obtidas através de um questionário contendo perguntas de caráter subjetivo.

Pretende-se também, ressaltar a opinião autores e pesquisadores sobre formação inicial, pesquisa em sala de aula e Educação Matemática para compararmos com os registros

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

das experiências enriquecedoras e significativas que o programa está proporcionando aos acadêmicos em questão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse sentido, busca-se conhecer a opinião de cada acadêmico sobre a importância do projeto para o futuro profissional. Com a análise dos dados pretende-se chegar a uma conclusão, de que forma o PIBID está influenciando na vida pessoal-profissional dos acadêmicos participantes do projeto, e salientar a importância da pesquisa em educação para a formação inicial de acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática.

Precisamos a cada dia nos aprimorar tornando o amanha sempre melhor do que o hoje e desta maneira teremos a garantia e certeza de poder sonhar com dias melhores para nós e para os outros também.

Consideramos que os governantes deveriam olhar mais para a educação superior do país, pois precisamos ter uma melhor formação inicial para no futuro termos bons professores, tanto nas escolas públicas quanto nas particulares. Se a formação inicial for qualificada, pode-se melhorar a realidade das escolas públicas. Portanto, programas como o PIBID devem ser bem analisados, pois podem estimular a futura prática docente, incentivando a busca de novos meios para agir em relação ao ensino e aprendizagem de matemática.

REFERÊNCIAS

ALVES, Moaci Carneiro. ***LDB fácil***: leitura crítico-compreensiva: artigo a artigo. 14. ed. Petrópolis: Vozes, 2007.

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. ***Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID***. Janeiro de 2008. Disponível em: http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid. Acesso: maio de 2010.

BASTOS, Fábio da Purificação; MION, Rejane Aurora. ***Investigação-ação e a concepção de cidadania ativa***. In: MION, Rejane Aurora e SAITO, Carlos Hiroo. Investigação-ação: Mudando o trabalho de formar professores. Ponta Grossa: Gráfica Planeta, 2001.

BOLZAN, Dóris Pires Vargas. ***Formação de professores***: compartilhando e reconstruindo conhecimentos. Porto Alegre: Mediação, 2002.

MELLO, Guiomar Namo. ***Formação inicial de professores para a educação Básica***: uma (re) visão radical. In: Revista São Paulo em Perspectiva, v. 14, n. 1, São Paulo: SEADE, jan/mar, 2000, p. 98–110.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

MODELAGEM MATEMÁTICA COM RECURSOS HÍDRICOS

Gerson Flôres NASCIMENTO – UNIR
(gersonfn@unir.br)
Catia Eliza ZUFFO – UNIR
(catiazuffo@gmail.com)

RESUMO

Neste trabalho, foi analisada uma área de terras com 100 ha destinada ao cultivo das culturas de milho e de feijão, ambas com água irrigada, localizada no Projeto Burareiro, na cidade de Rio Crespo, no Estado de Rondônia. Para modelagem do problema, foi aplicada a teoria de programação linear com o objetivo de identificar as condições ótimas de produção das culturas envolvidas para maximizar a receita líquida. Na aplicação da programação linear, foram consideradas as situações em que não ocorreu restrição de alocação de área para uma determinada cultura, limitação do volume de água disponível e custo do volume de água disponível. Todas as situações apresentadas como problema de programação linear apresentaram duas variáveis e foram resolvidas pelo método gráfico. Neste contexto, com a aplicação de modelo de programação linear associado à variável hídrica, foi possível identificar a sensibilidade do custo de produção das culturas de milho e de feijão em terras que dependem de água irrigada.

Palavras-chave: Programação Linear; Produção; Recursos Hídricos.

INTRODUÇÃO

A programação linear (PL) é uma ferramenta da Pesquisa Operacional aplicada em solução de problemas que objetivam a otimização do sistema em estudo. Para Wurbs (1993), a otimização ou programação matemática refere-se a formulações matemáticas, nas quais algoritmos são usados para computar um grupo de valores de variáveis de decisão que minimizam ou maximizam uma função objetivo sujeita as restrições.

Segundo Ehrlich (1991), em um modelo de PL, as relações matemáticas (equações ou inequações) são todas lineares e têm os seguintes elementos:

a) As variáveis de decisão ou atividades Xj (geralmente não negativas);

b) Os recursos escassos ou elementos restritivos Bi;

c) Os coeficientes tecnológicos ou utilização de recursos por unidade de atividade aij;

d) As equações das restrições;

e) Os benefícios (ou prejuízos) unitários cj a serem utilizados na função objetivo;

f) O critério para selecionar a solução ótima, chamado de Função Objetivo, a ser maximizada ou a ser minimizada;

g) Variáveis de folga: como XF1, ou de excesso: como XF2, sempre não negativas, a serem adicionadas (ou subtraídas) às restrições, para alterar as desigualdades para igualdades;

h) As unidades: A função objetivo tem sua unidade, frequentemente como resultado financeiro (R$), cada termo da soma precisa ter a mesma unidade. As restrições podem ter cada uma, unidade diferente: R$, horas, toneladas, homens-hora, unidades produzidas, etc., mas cada um dos termos da soma precisa ser consistente com sua respectiva restrição.

A solução ótima de problema de PL (quando existe) sempre será um ponto de "quina" ou um ponto extremo do conjunto convexo definido pelas restrições, de modo que a busca da solução ótima é um problema combinatório para encontrar a combinação de restrições que define o ponto ótimo (EHRLICH, 1991).

Segundo Porto et al. (2002), a Programação Linear é a técnica mais conhecida e usada na solução de problemas de otimização, cujas aplicações típicas são encontradas em problemas de planejamento de atividades na agricultura, na indústria petrolífera, nos transportes, no setor financeiro, no setor hidroelétrico e na área de telecomunicações, entre outras. As razões da maior utilização são facilmente interpretadas: (a) flexibilidade para a adaptação a uma grande variedade de problemas; (b) maior facilidade de atendimento, comparada as outras técnicas de otimização; (c) capacidade de tratar de problemas de grande porte, comum em Recursos Hídricos e (d) disponibilidade de pacotes computacionais, em nível comercial, para pronta utilização. Em contrapartida a essas vantagens, registra-se a limitação quanto à exigência da linearidade das funções, não encontrada em muitas aplicações a problema de Recursos Hídricos.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho foi apresentar uma aplicação de PL na solução de problemas associados ao cultivo de milho e feijão em uma área de 100 ha de terras que depende de água irrigada, localizada na Linha 75 do Projeto Burareiro, na cidade de Rio Crespo (RO), pertencente ao agricultor Natanael Gonçalves Moreira (Natalino).

PROBLEMA (Adaptado de PORTO et al., 2002)

O agricultor Natalino deseja irrigar a cultura de milho na área 1 e a cultura de feijão na área 2. Cada cultura apresenta necessidade de suprimento hídrico e correspondente à receita líquida por unidade de área cultivada, conforme apresentado na Tabela 1. Nesta tabela, o consumo hídrico é apresentado em dam^3/ha, unidade esta que é igual a 100 mm. O milho, por exemplo, apresenta um consumo hídrico de 300 mm e o feijão de 150 mm quando se

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

deseja determinar o porte ótimo das áreas 1 e 2.

Tabela 1. Consumo hídrico e receita líquida para cada cultura

Cultura	Consumo Hídrico (dam^3/ha)	Receita Líquida (R$/ha)
Milho (X_1)	3,0	100,00
Feijão (X_2)	1,5	80,00

Problema PL1

Natalino deseja maximizar a sua renda líquida total, não tendo qualquer requisito de alocar mais ou menos área de uma das duas culturas. Neste caso, o máximo de área irrigada será alocado à cultura que fornece maior retorno, em termos de rentabilidade líquida, como é o caso do milho.

Sejam X_1 = área irrigada destinada ao cultivo do milho e X_2 = área irrigada destinada ao cultivo do feijão, então a receita líquida (R) pode ser formulada da seguinte forma:

Max R = R$100,00.$X_1$ + R$80,00.$X_2$ (função objetivo)

Sujeito a: $X_1 + X_2 \leq 100$ (limitação da área total a ser cultivada), $X_1 \geq 0$ e $X_2 \geq 0$.

Um esboço da solução gráfica do problema PL 1 é mostrado na Figura 1, a seguir:

O conjunto das inequações define uma região no espaço denominada região viável, no interior da qual os pontos atendem a todos os requisitos exigidos pelo problema. No caso do problema PL1, tal região é delimitada pelo triângulo ABC, conforme ilustração da Figura 1.

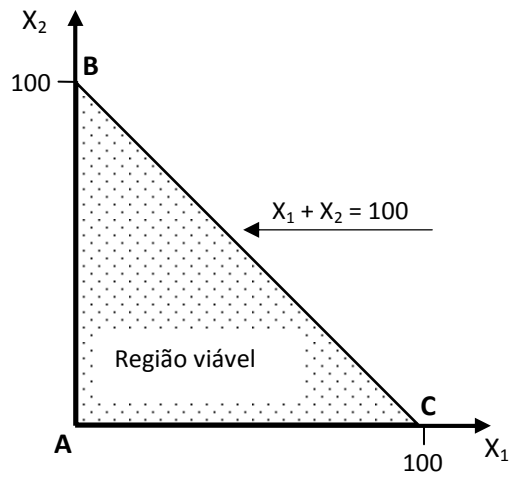


Figura 1. Região viável e solução ótima

Para encontrar a solução ótima, é necessário discutir o resultado que será obtido por cada ponto (X_1, X_2) do interior da região viável sobre a função objetivo. Por exemplo, o ponto P (20,50) fornece uma receita líquida R= R$100,00.(20) + R$80,00.(50) = R$6000,00.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

O valor R$6000,00 de receita poderá ser obtida de outras formas, pois é gerado por múltiplas soluções da equação R$100,00.$X_1$ + R$80,00.$X_2$ = R$6000,00. Portanto, à semelhança das curvas de níveis em Topografia, tal reta define pontos de iso-receita. Assim, caracteriza-se o ponto C (na Figura 2), com X_1,= 100 ha e X_2 = 0 como sendo a solução ótima do problema PL1.

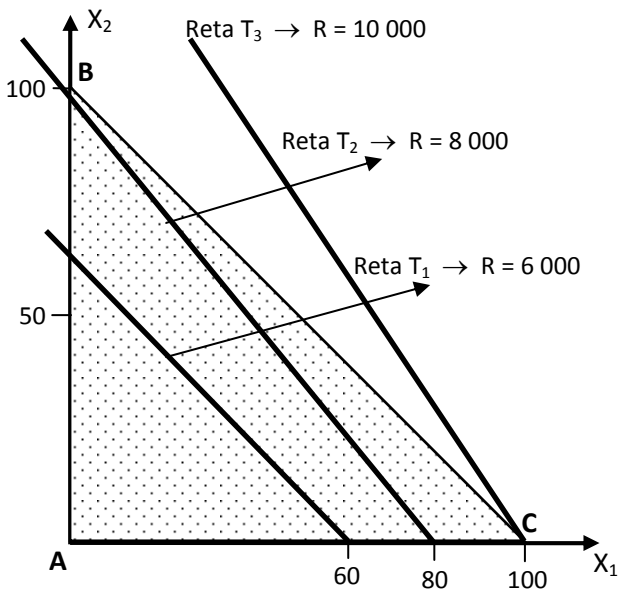


Figura 2. Variação da função objetivo

Problema PL2

O agricultor deseja maximizar a sua renda líquida total, sabendo que a disponibilidade de água é de apenas 240 dam^3/ha para o período de cultivo em estudo (estiagem).

Com base na Tabela 1, podem-se definir as necessidades de água para o cultivo de cada cultura. Assim, a nova formulação fica definida por:

Max R= R$100,00.$X_1$ + R$80,00.$X_2$

Sujeito a: $X_1 + X_2 \leq 100$ e

$3.X_1 + 1{,}5.X_2 \leq 240$.

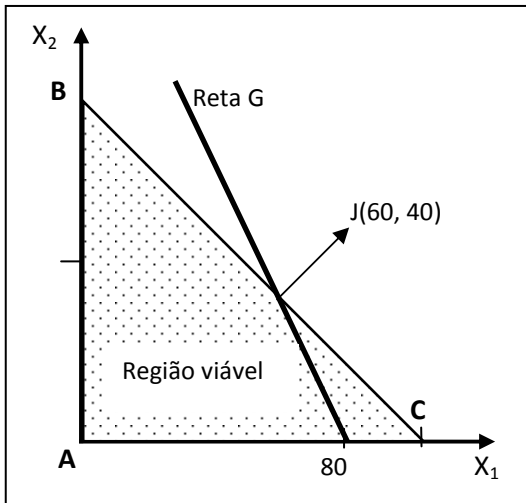


Figura 3. Região viável e solução ótima

De acordo com a Figura 3, a reta G define um novo limite à região viável, ou seja, a nova região viável passa a ser delimitada por novo quadrilátero e não se pode mais alocar toda a área à cultura de milho (ou seja, fazer X_1 = 100), pois isto exigiria $3X_1$ = 300 dam^3 de água.

Não houve mudança nos coeficientes da função objetivo. Portanto, a seqüência de deslocamentos nas retas de iso-receita que maximiza a função objetivo se manteve inalterada, como no problema PL1. Na Figura 3, identifica-se que a solução ótima se dá sobre o ponto J(60,40) com receita liquida R = R$100,00.(60) + R$80,00.(40) = R$ 9 200,00.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

Problema PL3

O agricultor Natalino deseja maximizar a sua renda líquida total, sabendo que a aquisição de água do reservatório tem um custo unitário de R$ 20,00 por dam^3. Considerando os dados da Tabela 1, a nova receita líquida foi definida da seguinte forma:

$R = RL1 + RL2 = R\$40{,}00.X_1 + R\$50{,}00.X_2$, onde $RL1 = R\$100{,}00.X_1 - R\$20{,}00.(3.X_1) = R\$40{,}00.X_1$ (receita líquida 1) e $RL2 = R\$80{,}00.X_2 - R\$20{,}00.(1{,}5.X_2) = R\$50{,}00.X_2$ (receita líquida 2). Neste caso, o problema PL3 fica definido da seguinte maneira: $\text{Max } R = R\$40{,}00.X_1 + 50{,}00.X_2$.

Sujeito a: $X_1+X_2 \leq 100$ e $3.X_1+1{,}5.X_2 \leq 240$ (limitação do volume d'água disponível).

De modo similar ao que foi feito nos problemas PL1 e PL2, encontra-se o ponto M (0, 100) que é a solução do problema PL3, produzindo uma **receita máxima** R = R$50,00.(100) = R$5000,00. Com base nos parâmetros da Tabela 1, o milho apresentou maior receita líquida unitária (R$100,00/ha) do que o feijão (R$80,00/ha), porém requer maior suprimento hídrico (3 dam^3/ha) do que o feijão (1,5 dam^3/ha).

Enquanto não ocorreu cobrança pela água (problemas PL1 e PL2), a solução ótima foi alcançada com $X_1 \geq X_2$. Porem quando a cobrança pela água foi introduzida (problema PL3), a nova solução ótima foi obtida com $X_1 \leq X_2$.

CONCLUSÕES

Com a aplicação de modelo de programação linear associado à variável hídrica, foi possível identificar a sensibilidade do custo de produção de milho e feijão em terras que dependem de água irrigada.

Nos problemas aqui resolvidos, com uso de programação linear, não foram consideradas outras importantes variáveis (clima e macro nutrientes, por exemplo) que influenciam a qualidade do solo e, portanto, no custo de produção das culturas de milho e de feijão; o que poderá ser feito em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

EHRLICH, P. J. ***Pesquisa Operacional***: curso introdutório. São Paulo: Atlas, 1991.

PORTO, R. L. L.; BRAGA Jr, B. P. F; CIRILO, J. A.; FILHO, K. J.; GOBETTI, L.; AZEVEDO, L. G. T.; BARROS, M. L.; BARBOSA, P. S. F. ***Técnicas quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos***. Porto Alegre: Editora da UFRGS/ABRH, 2002.

WURBS, R.A. "Reservoir-system simulation and optimization models". ***Journal of Water Resources Planningand Management***, ASCE, v.119, n.4, p. 455-472, 1993.

ARTIGOS COMPLETOS

ISBN 978-85-7764-034-8

HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGUMAS DE SUAS APLICAÇÕES

Sérgio dos Santos ALITOLEF – (UNIR/UFPR)
(serginhosantosopo@hotmail.com)
Reginaldo Tudeia dos SANTOS – UNIR
(rtudeia@yahoo.com.br)
Rubens Batista de SOUZA – UNIR
(rubensbsouza@hotmail.com)
Sérgio Candido de GOUVEIA NETO – UNIR
(gouveianeto@gmail.com)

RESUMO

Os estudos das Equações Diferenciais têm sido objeto de fascinação e mistério para sucessivas gerações de matemáticos e não-matemáticos. Considerada uma das ferramentas mais importantes para a modelagem matemática, as equações diferenciais, fornecem a solução de diversos problemas que permeiam os vários campos das ciências. Como por exemplo, a Física, Engenharia, Biologia, Psicologia, Química, Medicina e a própria Matemática. A sua importância é percebida desde o século XVII, quando Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) fundamentaram o Cálculo Diferencial e Integral. Nesse sentido, pretendemos enfocar alguns pontos importantes da história das equações diferenciais, destacando os trabalhos de alguns dos principais matemáticos que contribuíram significativamente para a sua evolução. Também, apresentaremos uma breve definição e classificação das equações diferenciais, evidenciando como essas equações surgem quando modelamos um fenômeno físico. Na oportunidade, daremos alguns desses exemplos relacionados aos problemas crescimento e decaimento exponencial, e variação de temperatura.

PALAVRAS-CHAVE: Equações Diferenciais; História das Equações Diferenciais; Aplicações das Equações Diferenciais.

INTRODUÇÃO

"A teoria de equações diferenciais é a disciplina mais importante dentre todas as disciplinas matemáticas" (Marius Sophus Lie, 1842-1899)[3].

Os estudos das equações Diferenciais têm sido objeto de fascinação e mistério para sucessivas gerações de matemáticos e não-matemáticos. Considerada uma das ferramentas mais importantes para a modelagem matemática, as equações diferenciais, fornecem a solução de diversos problemas que permeiam os vários campos das ciências. Como por exemplo, a Física, Engenharia, Biologia, Psicologia, Química, Medicina e a própria

[3] Matemático (*apud* ANTON; BIVENS; DAVIS, 2005, p. 582).

Matemática.

Os fundamentos desse assunto começaram no século XVII, quando Isaac Newton (1642-1727)[4] e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)[5], descobriram as técnicas do cálculo diferencial, aplicadas a resolução de problemas que se relacionam a uma taxa de variação. Especificamente, pode-se dizer que os estudos das equações diferenciais começaram a partir do entendimento da relação inversa entre diferenciação e integração. Contudo, o simples entendimento, não foi suficiente para resolver algumas destas equações logo perceberam que as soluções para estas equações não eram tão fáceis. Consequentemente, encontrar a solução de uma equação diferencial, tornou-se um desafio para os matemáticos de todos os tempos.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é evidenciar algumas das contribuições de alguns matemáticos que aperfeiçoaram e desenvolveram técnicas para a solução dessas equações. Também, será destacada a importância das equações diferenciais aplicadas aos diversos tipos de problemas.

DEFINIÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Muitos dos princípios, ou leis, que governam o universo físico são preposições, ou relações, envolvendo a taxa segundo a qual as coisas acontecem. Como as taxas de variações são representadas matematicamente por derivadas, conclui-se que tais princípios podem ser expressos em termos de equações diferenciais. Em outras palavras, "sempre que indagarmos sobre a evolução de um dado fenômeno susceptível de tratamento matemático do qual sabemos algo sobre como varia no tempo, estamos pretendendo resolver uma equação diferencial" (LEITHOLD, 1994, p. 1131, v. II). Nesse sentido, chamamos de equação diferencial toda equação cujas incógnitas são funções e contém pelo menos uma derivada ou diferencial destas funções. Quando a função desconhecida depende de uma única variável independente, a equação é denominada equação diferencial ordinária (EDO); quando a função depende de mais de uma variável independente, ela é dita equação diferencial parcial (EDP). Por exemplo, as equações apresentadas em (1) e (2) são respectivamente EDO e EDP.

[4] Nasceu em Woolsthorpe, na Inglaterra, foi educado no Trinity College, em Cambridge, e se tornou professor de Matemática, na cadeira Lucasian. É considerado um dos maiores gênios da humanidade, suas contribuições transcendem o campo da Matemática. Dedicou-se a Ciência da Mecânica e da Óptica. Estudou a lei da inércia de Galileu; teoria das colisões; conservação do momento e muitos outros aspectos que preenchem nosso currículo escolar até hoje (CONTADOR, 2006).

[5] Nasceu em Leipzig, na Alemanha, onde aos quinze anos entrou na universidade e aos dezessete obteve o grau de bacharel. Conhecedor das diversas ciências é considerado o último sábio a conseguir conhecimento universal. Sua contribuição matemática mais significativa, além do cálculo, foi em lógica (BOYER, 2009).

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

$$\frac{dy}{dx} = 3x - 1, \quad \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \quad \text{e} \quad \left(x - \frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 - y\frac{d^2y}{dx^2} = \left(1 + x\frac{d^4y}{dx^4}\right)^3 \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \tag{2}$$

A ordem de uma equação diferencial é a ordem da derivada de maior ordem contida na equação. As equações em (1) são respectivamente de primeira ordem, segunda ordem e quarta ordem, enquanto que as equações em (2) são todas de segunda ordem.

Segundo (ABUNAHMAN, 1982, p. 3): "Resolver ou integrar uma equação diferencial é determinar todas as funções que sob a forma finita, verificam a equação, ou seja, é obter uma função de variáveis livres que, substituída na equação, transforme-a numa identidade". Por exemplo, queremos encontrar uma solução completa da equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = 2x \tag{3}$$

Para isso, separamos as variáveis, escrevendo a equação com diferenciais (4). Em seguida, integramos ambos os membros da equação e obtemos (5). Como $C_2 - C_1$ é uma constante arbitrária se C_2 e C_1 forem arbitrárias, podemos substituir $C_2 - C_1$ por C, obtendo então (6) que é a solução completa da equação diferencial (3) (LEITHOLD, 1994, p. 304).

$$dy = 2x\,dx \tag{4}$$

$$\int dy = \int 2x\,dx$$

$$y + C_1 = x^2 + C_2 \tag{5}$$

$$y = x^2 + C \tag{6}$$

Geometricamente, a solução geral de uma equação diferencial representa uma família de funções dependentes de um parâmetro. Os gráficos dessas funções formam uma família de curvas que recebem o nome de curvas integrais. Assim, a equação (6) fornece uma família de parábolas com concavidade voltada para cima. A Figura 1 mostra os esboços dos gráficos das funções correspondentes a $C = -4$, $C = -1$, $C = 0$, $C = 1$ e $C = 2$.

ISBN 978-85-7764-034-8

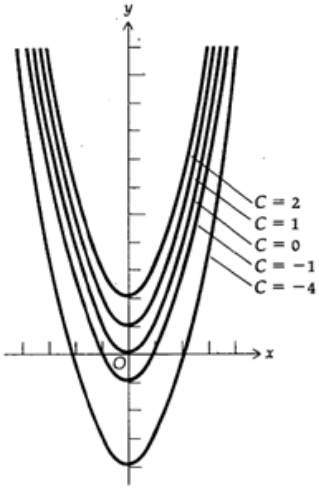


Figura 1 – Curvas integrais para $\frac{dy}{dx} = 2x$

Fonte: Leithold (1994, p. 305).

UMA INTRODUÇÃO À HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DIFRENCIAIS

As Equações Diferenciais têm suas origens na alvorada da matemática moderna, mais especificamente entre o século XVII e XVIII; período de grandes descobertas matemáticas, dedicadas principalmente ao campo de aplicações práticas e ao desenvolvimento de novas teorias. Como por exemplo, a Geometria Analítica, o Cálculo Diferencial e Integral, a Teoria dos Números e a Teoria das Probabilidades. Contudo, a história das Equações Diferenciais, começa a partir da invenção do Cálculo, atribuída a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz.

Newton e Leibniz descobriram independentemente, o Cálculo Diferencial quando, puseram-se a ponderar sobre um problema que instigava os matemáticos de sua época. O problema consistia em encontrar uma equação que descrevesse o movimento de um corpo animado de velocidade variável, acelerado ou desacelerado. Em outras palavras, os contemporâneos de Newton e Leibniz eram incapazes de calcular a velocidade exata do corpo em aceleração num dado instante (CAPRI, 2006, p. 101). Assim, Para resolver o problema Newton e Leibniz, perceberam que o problema poderia ser resolvido com técnicas de "cálculo diferencial".

> Para a ciência, a invenção do cálculo diferencial foi um passo gigantesco. Pela primeira vez na história humana, a concepção de infinito, que tinha intrigado filósofos e poeta desde tempos imemoriais, tinha recebido uma definição matemática precisa, que abria inúmeras possibilidades novas para a análise dos fenômenos naturais (CAPRI, 2006, p. 104).

Nesse contexto, Newton usou esse cálculo para descrever todos os movimentos possíveis de corpos sólidos em termos de um conjunto de equações diferenciais, que

ISBN 978-85-7764-034-8

posteriormente, foram denominadas de "equações do movimento de Newton". Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), conhecendo os princípios básicos dessas equações, aprimorou e aperfeiçoou os cálculos de Newton em tal medida que foi capaz de explicar cuidadosamente todos os detalhes que caracterizam os movimentos dos planetas e dos cometas, bem como o fluxo das marés e outros fenômenos relacionados com a gravidade (CAPRI, 2006).

Leibniz por sua vez conseguiu resultados, nessa área, um pouco depois de Newton, mas foi o primeiro a publicá-los, em 1684. Entre suas contribuições nessa área, destaca-se o método de separação de variáveis, redução de equações homogêneas a equações separáveis e procedimentos para resolver equações lineares de primeira ordem.

Outros matemáticos que também contribuíram para ampliar o campo de aplicações das equações diferenciais foram os irmãos Jakob Bernoulli (1654-1705) e Johann Bernoulli (1667-1748). Jakob contribuiu com o estudo da "equação de Bernoulli"

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n \qquad (7)$$

que ele, Leibniz e Johann resolveram – Johann por redução a uma equação linear mediante a substituição $z = y^{1-n}$ (BOYER, 2009, p. 287). Tempos depois, na mesma família, apareceu Daniel Bernoulli (1700-1782), filho de Johann, que também teve seu nome associado à equação de Bernoulli em mecânica dos fluidos.

As contribuições matemáticas dos Bernoulli, como as de Leibniz, durante a parte final do século XVII, foram extremamente importantes para o tratamento e compreensão das equações diferenciais. Diversos grupos de equações diferenciais poderiam ser resolvidos por artifícios bastante simples. No entanto, mesmo depois de vários estudos e técnicas para resolver as equações diferenciais, algumas delas ainda eram desconhecidas em termos de propriedades ou métodos de resolução.

Nesse sentido, a nossa história seria incompleta se não destacarmos as contribuições do mais prolífico matemático de todos os tempos, Leonard Euler, cujos interesses incluíam todas as áreas da matemática e muitos campos de aplicação. Presume-se que ele publicou mais de 500 livros e artigos durante sua vida (BOYCE; DIPRIMA, 2006; CONTADOR, 2006). Entre outras coisas, segundo (BOYER, 2009, p. 313):

> Euler foi, sem dúvida, o maior responsável pelos métodos de resolução usados hoje nos cursos introdutórios sobre equações diferenciais, e até muitos dos problemas específicos que aparecem em livros texto de hoje remontam aos grandes tratados que Euler escreveu sobre o Cálculo – *Institutiones calculi differentialis* (Petersburgo, 1755) e *Institutiones calculi integralis* (Petersburgo, 1768-1770), 3 volumes).

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Entre suas contribuições ao assunto, pode-se dizer que Euler foi o primeiro a perceber que conhecida uma solução particular $v = f(x)$ então a substituição $y = v + 1/z$ transforma a equação de Riccati[6] numa equação diferencial linear em z, de modo que fica fácil encontrar uma solução geral. Também observou que a resolução dessa equação por meio de quadraturas só é possível quando se conhece duas soluções particulares. Outras descobertas também atribuídas a Euler, no campo das equações diferenciais, compreendem: a teoria dos fatores integrantes; os métodos sistemáticos para resolver equações lineares de ordem superior a coeficientes constantes; e a distinção entre equações homogêneas e não-homogêneas, e entre solução particular e geral (BOYER, 2009; BOYCE; DIPRIMA, 2006).

Depois de Euler surgiram diversos outros estudiosos no campo das equações diferenciais entre eles, Joseph Louis Lagrange (1736-1813), cujos trabalhos nessa área compreendem a solução de EDP de primeira ordem, e soluções singulares para equações de um número qualquer de variáveis (CAJORI, 2007). Em seguida, apareceram outros nomes, como Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), Carl Friedrich Gauus (1777-1855) e Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). Todos eles tiveram propósitos ao estudarem as equações diferenciais, quer seja, para aprimorar suas técnicas de resolução ou para introduzi-las em outros trabalhos.

ALGUMAS APLICAÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

> Talvez a aplicação mais importante do cálculo sejam as equações diferenciais. Quando os físicos ou cientistas sociais usam o cálculo, em geral o fazem para analisar uma equação diferencial surgida no processo de modelagem de algum fenômeno que eles estão estudando. Embora seja freqüentemente impossível encontrar uma fórmula explícita para a solução de uma equação diferencial [...] (STEWART, 2007, p. 583, II).

As aplicações com estes tipos de equações são amplas e muito diversificadas, inúmeras são as ciências que se utilizam dos conhecimentos de equações diferenciais para modelar e solucionar os diversos tipos de problemas. Entre elas, podemos destacar a Física, Engenharia, Biologia, Medicina, Economia e a própria Matemática. Contudo, examinaremos alguns exemplos de como as equações diferenciais surgem quando modelamos um fenômeno físico.

[6] Equação de Riccati é aquela do tipo $\frac{dy}{dx} = Py^2 + Qy + R$ onde P, Q e R designam funções de x. A resolução de sua equação foi proposta aos geômetras da época e dela se ocuparam entre outros. Goldbach e os Bernolli (ABUNAHMAN, 1982).

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

Modelo de Crescimento Populacional

Um dos modelos mais simples de crescimento populacional está baseado na premissa de que uma população tende a crescer a uma taxa proporcional ao tamanho da população – quanto maior for a população num dado instante, mais rapidamente ela cresce. Matematicamente, podemos expressar essa hipótese da seguinte forma: Suponha que $y = y(t)$ denote a população no instante t. A taxa de crescimento da população em relação ao tempo é a derivada dy/dt. Portanto, o modelo matemático pode ser descrito pela equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} = ky \tag{8}$$

onde k é uma constante de proporcionalidade. Consequentemente, a equação (8), algumas vezes também é chamada de lei do crescimento natural (se $k > 0$) ou lei do decaimento natural se ($k < 0$) (STEWART, 2007). Assim, um mesmo modelo matemático pode ser apropriado para vários fenômenos diferentes.

Exemplo (1):

Sabendo que a população de uma cidade triplica em 30 anos, em quantos anos será ela o quádruplo, admitindo que a razão de crescimento é proporcional ao número de habitantes?

Considere que y_0 seja a população conhecida no instante $t\ (anos) = 0$ e $y = y(t)$ a população da cidade aos t anos. O objetivo é encontrar o tempo t para o quádruplo da população inicial $4y_0$. Dessa forma, admitindo as ideias do modelo matemático (8), podemos expressar o a equação da seguinte maneira:

$$\frac{dy}{y} = kdt \tag{9}$$

Integrando (9), pela definição de logaritmo, obtemos:

$$y = Ce^{kt} \tag{10}$$

que é a solução da equação que representa o crescimento populacional. Assim, para $t = 0$ e $y = y_0$, pode-se concluir que C é o valor inicial da função, portanto

$$y = y(t) = y_0 e^{kt} \tag{11}$$

Para $t = 30$ anos e $y = 3y_0$. Em (11), obtemos $3 = e^{30k}$. Se $y = 4y_0$, tem-se pela relação

(11): $4 = e^{kt}$. Então: $4^{30} = e^{30kt} = 3^{t}$. Aplicando logaritmo, tem-se: $t \approx 37{,}8$ anos ou 37 anos, 9 meses e 18 dias.

Lei de Variação de Temperatura de Newton

A lei de variação de temperatura de Newton estabelece que a taxa de variação de temperatura (resfriamento e aquecimento) de um corpo no ar é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo T_c e a temperatura T_a no ar. Isso quer dizer que, a taxa de variação de resfriamento de um corpo é proporcional a diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura do meio ambiente, dado que essa diferença não seja muito grande. Então, a taxa de variação da temperatura do corpo é dT/dt, e a lei de Newton para o resfriamento pode ser formulada como

$$\frac{dT}{dt} = k(T_c - T_a) \qquad (12)$$

onde k é uma constante de proporcionalidade (STEWART, 2007).

Exemplo (2):

Se a temperatura do ar é de 25°C e o corpo se resfria em 30 min de 100°C a 60°C, dentro de quanto tempo sua temperatura descerá para 40°C?

Considerando a equação diferencial (12) separando as variáveis, e substituindo t_a por 20 tem-se:

$$\frac{dT}{T_c - T_a} = kdt$$

$$\frac{dT}{T_c - 25} = kdt$$

Integrando entre os limites de t variando de 0 min. a 30 min. e T_c variando de $100°C$ a $60°C$.

$$\int_{100}^{60} \frac{dT}{T_c - 25} = k\int_0^{30} dt \Rightarrow \ln(60-25) - \ln(100-25) = 30k \Rightarrow \ln 35 - \ln 75 = 30k$$

$$\therefore \quad \ln\frac{7}{15} = 30k \qquad (13)$$

Integrando entre os limites de t variando de 0 min. a t min. e T_c variando de $100°C$ a $40°C$.

$$\int_{100}^{40} \frac{dT}{T_c - 25} = k\int_0^{t} dt \Rightarrow \ln(40-25) - \ln(100-25) = kt \Rightarrow \ln 15 - \ln 75 = kt$$

$$\therefore \quad \ln\frac{1}{5} = kt \qquad (14)$$

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

multiplicando ambos os membros de (14) por 30 e lembrando que $30k = \ln\frac{7}{15}$ tem-se:

$$30kt = 30\ln\frac{1}{5}$$

$$t\ln\frac{7}{15} = 30\ln\frac{1}{5}$$

$$t(\ln 7 - \ln 15) = 30(\ln 1 - \ln 5)$$

$$\therefore\ t = \frac{30(\ln 1 - \ln 5)}{\ln 7 - \ln 15} = 63{,}35$$ min. ou 63 minutos e 21 segundos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como se mostrou neste trabalho, as equações diferenciais que descrevem um fenômeno físico é muitas vezes, chamada de modelo matemático. Daí a importância em investigar e estudar os vários tipos de equações, pois se verificou que suas soluções são indispensáveis aos diversos campos da ciência. Contudo, esse é um assunto inesgotável e muitos dos problemas importantes que compreendem essa área ainda se encontram sem solução.

REFERÊNCIAS

ABUNAHMAN, Sérgio A. ***Equações Diferenciais***. Rio de Janeiro: LTC, 1982.

ANTON, H.; BIVENS, I. C.; DAVIS, S. ***Cálculo***. 8 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. v. II.

AYRES**,** Frank. ***Equações Deferências***: Resumo da teoria, 560 problemas resolvidos, 509 problemas propostos. Tradução: José Rodrigues de Carvalho. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

BRONSON, Richard. ***Moderna Introdução às Equações Diferenciais***. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1977.

BOYER, Carl B. ***História da Matemática***. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BOYCE, Willian E; DIPRIMA, Richard C. ***Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno***. Tradução: Váleria de Magalhães Iorio. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

CAJORI, Florian. ***Uma História da Matemática***. Tradução: Lázaro Coutinho. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciências Moderna, 2007.

CAPRA, Fritjof. ***A teia da vida***: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. São Paulo: Cultrix, 2006.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. ***Matemática, uma breve historia***. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006. v. II.

LEITHOLD, Louis. ***O Cálculo Com Geometria Analítica***. Tradução: Cyro de Carvalho Patarra. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. v. I.

LEITHOLD, Louis. ***O Cálculo Com Geometria Analítica***. Tradução: Cyro de Carvalho Patarra. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. v. II.

STEWART, James. ***Cálculo***. Tradução: Antonio Carlos Moretti; Antonio Carlos Gilli Martins. 5. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2007. v. II.

ZILL, Dennis G. ***Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem***. São Paulo: Thomson Learning, 2003.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

MATEMÁTICA E MÚSICA: UM PASSEIO HISTÓRICO

Cristiane Talita Gromann de GOUVEIA – FIAR
(thalita_hehe@hotmail.com)
Sérgio Candido de GOUVEIA NETO – UNIR
(gouveianeto@gmail.com)
Reginaldo Tudeia dos SANTOS – UNIR
(rtudeia@hotmail.com)

RESUMO

A música é na realidade uma sucessão de sons e silêncios, e como o som é um fenômeno acústico, portanto está sujeito às leis da matemática e da Física. Assim, os matemáticos começaram estudar a acústica buscando entender o som, que é a matéria prima da música, como fenômeno natural possível de ser organizado segundo uma forma lógica. Esta pesquisa faz um apanhado histórico e procura relacionar o que estas duas ciências têm em comum, através de uma revisão bibliográfica de obras brasileiras escritas até o momento sobre o assunto, tendo por finalidade relatar a evolução da interação entre essas áreas desde as primeiras manifestações até os dias atuais.

PALAVRAS-CHAVE: Música; Matemática; História.

INTRODUÇÃO

Independente do estilo musical, mesmo não sabendo cantar nem tocar instrumentos, a maioria das pessoas gosta de música e ela faz parte do cotidiano das pessoas, assim como a matemática. A diferença entre elas é que nem todos têm afinidade com a última; mas matemática e música estão relativamente interligadas pela possível origem de ambas ou por relações existentes entre elas. Por exemplo, um arranjo musical pode ser composto por meio de freqüências e de seqüências de logaritmos e frações (SEIXAS, s.d.).

Pode-se observar que estas duas ciências possuem uma linguagem própria, através de símbolos, a qual é única e universal: a matemática através de números e a música através de figuras denominadas notas musicais.

A matemática foi muito importante na evolução da música, através da construção de sistemas musicais que determinam os sons, na teoria, análise e composição musical, nos aspectos relacionados à acústica, e nos dias atuais na música digital (SIMONATO; DIAS, 2005).

Algumas relações presentes entre estas, seriam a razão e proporção, descoberto pelos pitagóricos no século VI a.C. através de um instrumento chamado monocórdio. No decorrer do tempo outros estudiosos também encontraram outras relações como: frações

(razões), aritmética, média aritmética, geometria, progressões geométricas (PG), números irracionais, logaritmos, trigonometria, entre muitas outras.

Neste contexto através de pesquisas bibliográficas, será feita uma análise dos conteúdos que relacionam matemática e música.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

MATEMÁTICA E MÚSICA: AS PRIMEIRAS RELAÇÕES

A matemática surgiu pela necessidade de se contar objetos, medirem terras, para o cultivo agrícola, entre outras aplicações, ao passo que e a música manifesta-se desde a mitologia grega, com Orfeu através da sua lira e canto mágico. Conjectura-se que nos trabalhos iniciais de Pitágoras o mesmo percebeu relações numéricas entre os sons (harmonia). Contudo, estudos recentes mostram que estas relações já estavam presentes no dia-a-dia do homem:

> ... Na revista *Scientific American* de setembro de 1997, referente a um osso de urso com idade entre 43.000 a 82.000 anos encontrado nos Alpes da Eslováquia em 1995, apresentando uma configuração de buracos capaz de produzir intervalos musicais de tons e semitons, elementos fundamentais da escala diatônica modernas, como, por exemplo, *dó-ré-mi-fá-sol-lá-si-dó* (ABDOUNUR, 1999).

Isto ocorre devido aos cálculos da progressão das distâncias entre os buracos, mostrando assim, preocupações matemáticas na sua confecção.

Diversos povos estabeleceram ou perceberam relações entre matemática e música. Devido à necessidade de solucionar problemas de sons harmônicos, por volta de 2500 a.C., os chineses organizaram suas escalas[7] pentatônicas, até hoje ainda usada. "Na china a música era levada tão a sério, que às vezes, errar uma nota poderia levar à pena de morte" (ROLIM, s.d.). Nestes mesmos trabalhos com as escalas, os Hindus desenvolveram as escalas de 22 sons ao passo que os Árabes desenvolveram as escalas de 17 sons (SIMONATO; DIAS, 2005).

Para os gregos a relação entre a matemática e a música era tão forte, que os pitagóricos consideravam a música como parte integrante da matemática, que em conjunto com Aritmética, Geometria e a Astronomia formavam o "*quadrivium*" – divisão da matemática em quatro secções, usada do inicio da nossa era e perdurando até o fim da idade média (BRITO, 2005).

Com o renascimento a música começou a ser tratada como uma área independente, mas mesmo assim as ligações entre essas duas ciências foram mantidas (RATTOM, 2003). Os gregos definiam a música como sendo os números em movimento, e

[7] As escalas são seqüências de notas que obedecem a determinados padrões e compreendem o espaço que vai de uma nota de determinada freqüência à outra com o dobro desta.

criaram os tetracordes e as escalas heptatônicas. Ainda na Península grega, os pitagóricos desenvolveram as diferentes escalas com algumas semelhanças (SIMONATO; DIAS, 2005).

As mais conhecidas da história e também as com mais ênfase registrada, das relações entre a matemática e música, aconteceram no século IV a.C. Conta a lenda, que Pitágoras ao passar por uma oficina, escuta os sons de cinco martelos batendo em uma bigorna, encantado com o que ouviu e pensando que a qualidade do som vinha da força das mãos, ele trocou os martelos, mas cada martelo tinha o som que lhe era próprio, tirou os que tinham som desagradável e pesou os demais chegando à conclusão que o primeiro pesava doze, o segundo nove, o terceiro oito, o quarto seis, de uma unidade de peso que não foi revelada (SIMONATO; DIAS, 2005).

> O primeiro registro científico, de fato, associando matemática e música ocorre por volta do século VI a.C. na Grécia antiga, na escola pitagórica. Esses pensadores relacionaram *intervalos musicais* com o conceito matemático de *frações*, há mais de 2000 anos, fazendo uso de instrumento de uma corda denominado monocórdio. Cientificamente como o primeiro registrado. Tal experimento promove uns vastos números de discussões na Grécia e posterior à cultura grega sobre teoria musical possuindo razões matemáticas como características principais (ABDOUNUR, 1999).

O monocórdio é um instrumento composto por uma única corda, estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha e um cavalete móvel colocado sobre a corda estendida, e conforme a pressão exercida e tocada em outros pontos determinados produz sons de alturas diferentes. Pitágoras provou que ao dividir a corda ao meio, produzia o mesmo som da corda solta, só que mais agudo. Ao fazer outras combinações descobriram que os sons mais agradáveis, eram as oitavas, quartas e quintas, que são exatamente as divisões exatas da corda esticada. Desta forma, Pitágoras, e outros cientistas, tais como Arquitas, Aristoxeno, Erastóstenes, dedicaram-se à construção de escalas desenvolvendo critérios diferentes de afinidade. De acordo com Juliani (2003), as contribuições de cada um destes cientistas foram:

- Arquitas de Tarento (430 – 360 a.C): Construiu sua escala baseada nas frações da corda resultantes de médias harmônicas e aritméticas daquelas encontradas por Pitágoras no experimento com o monocórdio, isto é, o som como resultado de pulsações de ar que produziam o agudo conforme se tornavam mais rápidas, dessa forma surgiu à relação de freqüência com a altura musical. Acreditou que a música deveria assumir um papel mais importante que a literatura na educação das crianças.
- Erastóstenes: Elaborou a diferenciação entre intervalos[8] calculados

[8] Intervalo é distância entre uma nota e outra.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

aritmeticamente de intervalos calculados pela razão.

- Boetius (480 – 524 d.C): Cidadão romano que contribuiu, para a sistematização da música ocidental.
- Guido d'Arezzo (995-1050): Monge pedagogo que criou o primeiro algoritmo que se baseava no alfabeto sendo as sete primeiras letras representando os sete sons da escala, começando por "*Lá"*, foi ele que deu os nomes às notas de Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si, Dó[9], que tirou das sílabas iniciais do hino eclesiástico de São João Batista.

As idéias pitagóricas duraram até o século XII, quando o compositor Zarlino sugeriu algumas alterações nas razões, por estas serem muito complicadas, criou o método para a divisão do braço de um instrumento de cordas em 12 semitons, baseados em médias geométricas, que foi aceita por serem mais simples e neste período foram substituídos as escalas de Pitágoras pelas escalas temperadas (SIMONATO; DIAS, 2005). Nas escalas antigas, o padrão de intervalos diferia de uma tonalidade para outra, o que gerava impossibilidade da transposição de composição de uma tonalidade para outra (SIMONATO; DIAS, 2005).

Não existe convergência sobre quem inventou a escala temperada, Juliani (2003) e Simonato e Dias (2005) afirmam ter sido Mersene, em 1636. Por outro lado, Contador (2007) afirma que foi D Alembert, enquanto Rattom (2003) alega ser Werkmeister o inventor da escala temperada, em 1691. Entretanto, é consenso que Bach no século XVIII, foi o primeiro a utilizar tal escala ao compor uma série de prelúdio e fugas, chamada "*O cravo bem temperado*". A partir desta época muitos músicos e estudiosos já experimentavam novos acordes, mas Bach foi o primeiro a sistematizar e aplicar esses acordes em sua composição.

> Bach percebeu assim como Pitágoras, que separar as notas musicais de determinadas formas promove sons mais agradáveis. Veja, por exemplo, a escala de sete sons mais conhecida: Dó, Ré. Mi, Fá, Sol, Lá, Si. A escolha da separação dos sons nestas 7 partes é agradável, e também matemática, mas não existem somente estas sete notas (SEIXAS, s.d.).

Bach[10], na época, usou a escala musical de 12 partes, que se baseia não em frações e sim em logaritmos (escala temperada). A escala temperada possui um sistema de afinação mais suave, na qual se divide a oitava em doze partes geométricas ou através do logaritmo.

Houve muita resistência em aceitar a divisão da escala temperada, mas isto

[9] Essas notas em cifras musicais são escritas em Dó=C, Ré=D, Mí=E, Fá=F, Sol=G, Lá=A Sí=B.

[10] Bach foi primeiro compositor a escrever uma obra contento 24 tonalidades maiores e menores, intitulado "o cravo bem-temperado", contendo 24 prelúdios e fugas, provando que a escala temperada não só era viável, como não comprometia de forma alguma a qualidade e a beleza da música, justificativas para os que não aprovavam a escala temperada.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

resolvia o problema de mudança de tonalidade sem precisar reajustar a afinação, um dos fatores que influenciaram a evolução das escalas.

Neste primeiro apanhado histórico das relações entre a matemática e música, percebe-se que este casamento é riquíssimo, constatando-se que as linguagens e as idéias matemáticas contribuem para dar forma aos conceitos e linguagens da teoria musical.

RELAÇÕES AFINS ENTRE OS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA E MÚSICA

Um compositor, ao compor uma obra, não fica analisando os aspectos físicos e matemáticos e em muitos casos nem mesmo os considera, mas qualquer simples melodia obedece sem exceção às leis da física e da matemática, e é exatamente o aspecto matemático que relacionada à duração de sons e silêncios que viabiliza a codificação da escrita do som através da linguagem musical, figuras musicais diferentes representam duração de sons e silêncios diferentes. Diante disto, citam-se abaixo as possíveis relações encontradas até o momento interligando essas duas ciências. Estas relações podem ser trabalhadas, por exemplo, na sala de aula, pois constituem uma possibilidade de trabalhar temas com diversas abordagens (exemplo, frações e proporções).

Frações

Pitágoras percebeu que o som ocorria devido à movimentação do ar, que é mais agudo quão mais rápido for a velocidade do ar (SEIXAS, s.d.), construiu então, um instrumento chamado monocórdio (mono=um, córdio=corda).

O mesmo observou em seus experimentos, que pressionando a metade da corda, e tocando-se a seguir, conseguia o mesmo som da corda solta, porém mais agudo. Ao fazer outras divisões descobriu que as principais consonâncias[11]; os sons mais agradáveis ao ouvido humano; eram as oitavas, as quartas e as quintas[12]. Então, o mesmo associou números inteiros ao comprimento da corda, com a corda solta associada ao número 1, logo a metade da corda seria ½ e assim sucessivamente (JULIANI, 2003).

Todos os tipos de "ritmos" musicais obedecem a algum tipo de divisão fracionária, cuja característica está sempre ligada a um gênero artístico ou a uma cultura (RATTOM, 2003).

[11] Consonâncias é a reunião de sons harmônicos.
[12] Uma oitava refere-se igualmente como sendo um intervalo musical de razão 2/1 na freqüência, por exemplo, em uma oitava superior o número de vibrações é exatamente o dobro do som fundamental, o mesmo conceito se aplica para os intervalos de quinta, razão 3/2 e para os intervalos de quartas, razão de 4/3.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

Proporção

Com o monocórdio, os Pitagóricos observaram que o som produzido pelo instrumento com a corda inteira e da sua metade estão numa relação à qual o ouvido humano é muito sensível, o que se denomina consonância, e que corresponde ao intervalo de oitava. Descobriram também o intervalo de quinta, que corresponde à relação da corda inteira e as duas terças partes da corda e o intervalo de quarta, que corresponde à relação entre a corda inteira e de três quartas partes da corda (RATTOM, 2003).

Uma proporção pode ser interpretada como uma relação entre duas razões, os pitagóricos perceberam que as consonâncias não dependiam da corda solta do monocórdio e sim da relação entre os comprimentos dos sons, sendo assim associaram um número ao um som, constando que consonâncias equivalentes eram obtidas através dos intervalos entre os sons correspondentes 12/6 = 10/5=8/4=6/3=4/2=2/1. Isto só é possível, devido ao intervalo do som ser uma oitava, a mesma idéia foi usada para o intervalo de quinta: 12/8=9/6=6/4=3/2 e para o intervalo de quarta 12/9=8/6=4/3. Os gregos perceberam que estas consonâncias poderiam ser representadas por um desses pares ordenados de números. Estes pares ordenados dão à noção de proporcionalidade, correspondendo á equivalência acústica determinada pelos comprimentos das cordas (RATTOM, 2003).

A freqüência é inversamente proporcional ao comprimento da corda, ou seja, se a proporção do comprimento de duas cordas é 3/2 então a proporção entre suas freqüências será de 2/3 (CONTADOR, 2007).

Aritmética

Logo após a invenção do monocórdio, os pitagóricos perceberam que as consonâncias não dependiam da corda solta e sim da relação entre os comprimentos dos sons, criando assim, um novo instrumento chamado de cânon, que é bem similar ao monocórdio, mas este possui onze traços sobre a régua, dividindo as cordas em 12 partes iguais, com um afinador. Os traços são numerados de um a onze e o doze representa uma de suas extremidades.

> Suponhamos que se produzem três sons consonantes, em que o segundo está uma quarta acima do primeiro, e o terceiro está uma quinta acima do segundo. Estes sons podem ser obtidos por exemplos, vibrando a corda do Cânon no traço 12, que corresponde a corda solta, e seguida no traço 9 e depois no traço 6. Tendo em conta que o terceiro som está uma oitava acima do primeiro som, os Pitagóricos terão concluído que compondo a quarta com a quinta obteriam a oitava, o que aritmeticamente significa 12/9 x 9/6=12/6. De igual forma, partindo de três sons consonantes de modo a que o segundo se situe uma quinta acima do primeiro, e o terceiro uma quarta acima do segundo, os gregos terão "sentido" que 12/8 x 8/6 = 12/6 (RATTOM, 2003).

Portanto, os pitagóricos conseguiram interligar a acústica e aritmética, a primeira revelando avanços nas Teorias das Proporções enquanto que a segunda mostrou uma nova forma de se olhar as consonâncias. A descoberta das leis aritmética da música contribuiu fortemente para consolidar a crença da filosofia pitagórica de que tudo é número, pois nada estava mais longe de ser relacionado aos números dos que os sons musicais, sendo esta vitória, motivação fundamental para tentar explicar o mundo através de números (RATTOM, 2003).

Média Aritmética

Harmonia na Grécia antiga significava a combinação de elementos contrastantes, como nota alta e nota baixa. No século XVIII, Jean-Philippe Rameau, músico francês, publicou um livro intitulado "Tratado de Harmonia" (1722), e para este, a harmonia era uma progressão de notas sonoras inteligíveis para o ouvido; enquanto os pitagóricos embasavam este conceito na matemática, Rameau o fazia a partir da física. Todavia, atualmente usa-se o termo harmonia no campo musical, para definir um princípio de sistemas estruturais que governam a combinação entre notas e acordes (LAWLOR *apud* BRITO, 2005).

De acordo com Lawlor *apud* Brito (2005), para os pitagóricos a harmonia musical era composta de médias aritméticas e harmônicas. Considere o exemplo de Brito (2005), ao explicar sobre a série de números (1; 2; 3; 4; 8; 9; 27) que os pitagóricos acreditavam formar o universo: ao se trabalhar com os extremos a=1 e b=2, aplicando a média harmônica e a média geométrica na concepção de hoje, tem-se: média harmônica= $\frac{2ab}{a+b}$ e média aritmética $= \frac{a+b}{2}$:

a = 1 e b = 2

Harmônica: $\frac{2ab}{a+b} = \frac{2.1.2}{1+2} = \frac{4}{3}$

Aritmética: $\frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

Os valores $(1; \frac{4}{3}; \frac{3}{2}; 2)$ de acordo com Brito (2005) correspondem à harmonia musical pitagórica onde o *Dó* = 1, *Fá* = 4/3, *Sol*= 3/2 e *Dó* = 2. Isto significa que um monocórdio, cuja corda mede 12 cm, no qual se considera o som emitido da corda solta ter-se-ia, o *Dó* = 2 e se

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

colocar o clave em 6 cm também seria o *Dó* porém igual a 1, ou seja, com o som mais agudo e em 4/3 de 6 cm o *Fá* e à 3/2 de 6cm o *Sol* (BRITO, 2005; RATTOM, 2003).

Geometria

Músicos teóricos usaram diagramas semelhantes aos cartesianos muito antes destes terem sido introduzidos na geometria, sendo que, o eixo das abscissas representa o tempo e o eixo das ordenadas representa a altura tonal, no plano cartesiano de duas dimensões (RATTOM, 2003).

Uma das relações interessantes entre matemática e música está no triângulo retângulo. Conta-se que o matemático Bernardus Vallumbrosius ao contemplar os valores constituintes da escala musical temperada percebeu uma relação destes com o valores que representam lados de um triângulo retângulo de catetos iguais (NETTO, s.d.). Os lados destes triângulos poderiam ser construídos com o intervalo de $2^{\frac{1}{12}}$ o qual representa os intervalos da escala temperada. Por exemplo, o *Do* e o *Do#*, de acordo com Netto (s.d.), são:

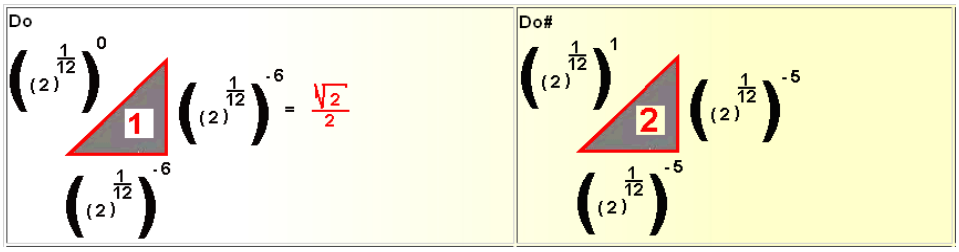


Figura 1: Lados de um triângulo retângulo utilizando as escalas temperadas.
Fonte: disponível em: http://caraipora.tripod.com/valumbrosius.htm.

Observe na Figura 01, que as hipotenusas representam para o *Do* o valor 1 e para o *Do#* o valor 1,059463. Interessante observar que se continuasse a construção destes triângulos, os valores da hipotenusa estariam entre 1 e 2, que corresponde ao intervalo da média harmônica de Pitágoras ao considerar o mesmo intervalo.

Progressão Geométrica

Em substituição à escala de Pitágoras veio a escala temperada, sendo esta uma maneira de se dividir o intervalo de oitava em 12 partes iguais. As notas nessa escala formam um círculo fechado, onde o final de uma oitava corresponde ao início de uma nova escala (SEIXAS, s.d.).

Pode-se calcular qualquer intervalo da escala temperada usando-se a expressão $i^n=2^{1/12,}$ onde n é número de semitons contido no intervalo. As seqüências dos valores das

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

freqüências de notas de uma oitava formam uma progressão geométrica, cuja razão é $2^{n/12}$. Essa progressão é usada como base na construção de todos os instrumentos de corda (SIMONATO; DIAS, 2005).

Logaritmos

Bach decidiu dividir a escala musical em 12 partes, sons agradáveis ao ouvido e alma, mas não através de frações e sim de logaritmos.

A escolha de Bach coincidiu com a divisão da escala temperada, sendo assim, as 12 notas da escala cromática ou temperada corresponde a logaritmos de base 2: 2^0, $2^{½}$, $2^{2/12}$... (SEIXAS, s.d.).

Bach tentou uma relação entre seqüência aritmética e a seqüencia geométrica gerando assim, um sistema lógico de composição. Para entender melhor, observa-se o seguinte: Se pegar uma corda de 1 m e a dividi-la pela metade ter-se-ia ½, e dividindo a metade da metade ter-se-ia ¼ e a metade dessa nova metade ter-se-ia 1/8 (SEIXAS, s.d).

E assim sucessivamente, nota-se que os denominadores crescem de maneira geométrica (1, 2, 4, 8, 16, 32), formando assim uma progressão geométrica.

Observa-se também que, o logaritmo cresce de maneira aritmética (0,1,2,3,4,5,...),como no esquema abaixo:

$Log_2 1=0$ $Log_2 2=1$ $Log_2 4=2$ $Log_2 8=3$ $Log_2 16=a$ $Log_2 32=5$, etc. Enquanto que o logaritmando cresce em progressão geométrica. Estes valores representam os numeradores dos expoentes de base 2: 2^0, $2^{½}$, $2^{2/12}$... (SEIXAS, s.d.).

Números Irracionais

Para a comunidade dos pitagóricos, a música era o canto consagrado e entoado pelos números inteiros e suas justas proporções, mas o sistema temperado só pode ser construído através de números irracionais, uma vez que não existe número racional que represente o intervalo[13] entre duas notas sucessivas assim, para construir uma escala cromática, divide-se um intervalo de oitava em doze partes, criando-se 12 intervalos iguais, chamados de semitons, logo a freqüência de cada nota da escala cromática é $\sqrt[12]{2}$ vezes maiores que a sua anterior (RATTOM, 2003). A expressão $r^n = \sqrt[12]{2^n}$, onde n representa o número de semitons usado no intervalo, leva a uma progressão geométrica que define o

[13] O intervalo entre duas notas consecutivas da escala cromática é chamado de semitom, enquanto que o intervalo entre duas notas separadas por uma terceira, é chamado de tom, logo 1 tom possui 2 semitons.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

sistema temperado, esta escala permite a execução de qualquer música em qualquer tonalidade, porque as relações entre os intervalos iguais são sempre as mesmas (CONTADOR, 2007).

Trigonometria

A musica é formado, basicamente, por uma sucessão de sons e silêncios, organizada ao longo do tempo, os sons se comportam como um conjunto de ondas distintas que se dividem em: intensidade, altura, timbre e duração[14], esses nos permitem distinguir se sons da mesma freqüência foram produzidos por fontes sonoras conhecidas, podendo assim diferenciá-las (SANTOS, 2006).

A relação da trigonometria com a música está ligada basicamente ao conhecimento das vibrações do som, os quais produzem ondas que obedecem às funções trigonométricas, seno e cosseno, bem como suas variantes (Por exemplo, sen (x/4), cos (x/2)). O tipo de função trigonométrica originada da modelagem da onda depende da intensidade do som, no caso, som forte (grande amplitude da onda) e som fraco (pequena amplitude da onda) (JULIANI, 2003).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observa-se que a música e a matemática estão intimamente relacionadas. Esta pesquisa mostra que nas primeiras descobertas dos Pitagóricos era utilizada a matemática básica, como frações e proporções, já com o avanço dos estudos foram utilizados procedimentos matemáticos um pouco mais complexos, como: progressão geométrica, exponenciais, logaritmos e na representação de amplitude, a trigonometria.

Este trabalho mostra uma possibilidade enorme de se abordar matemática e música em sala de aula, pela suas proximidades, ligações, origem de ambas. Além disso, o artigo aqui apresentado poderá constituir uma fonte de consulta para professores do ensino fundamental e médio que desejam estreitar as relações entre estas duas ciências. Vale ressaltar que as escolas a partir de 2011 deverão ter em seus currículos, a disciplina de música (BRASIL, 2008). Desta forma, o texto mostra uma possibilidade interdisciplinar entre matemática e música, baseados na sua história.

Esta pesquisa não teve a pretensão de esgotar esse assunto, uma vez que foram

[14] A intensidade está relacionada à amplitude das oscilações de pressão no ar, referindo-se ao volume do som, a altura do som está ligada unicamente à sua freqüência, o timbre depende da natureza do corpo sonoro e a duração é o tempo em que o som pode ser ouvido.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

encontradas outras relações com temas, tais como equações diferenciais e séries de Fourier, as quais não constituem objetivo maior deste artigo. Então, sugere-se aos que tenham interesse em aprofundar sobre o tema, consultar obras relacionadas na referencia bibliográfica, uma vez que o mesmo ainda está aberto à investigação.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. ***Matemática e Música***: O pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras, 1999.

BRASIL. Lei nº 11.769, de 18 de Agosto de 2008. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, Lei de Diretrizes e Bases da Educação, para dispor sobre a obrigatoriedade do ensino da música na educação básica. ***Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil***, Brasília, DF, 18 Ago. 2008.

BRITO, A. J., A matemática de Isidoro de Sevilha e a tradição pitagórica***. Revista da SBHC***. Rio de Janeiro, v.3, n.1, Junho de 2005.

CONTADOR, P. R. M. ***A matemática na Arte e na Vida***. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

JULIANI, J. P. ***Matemática e Música.*** Disponível em: http://www.dm.ufscar.br/~dplm/TGMatematicaMusica.pdf. Acesso em: 03 de Março de 2009.

NETTO, L. ***Tem música no triângulo de Pitágoras***. Disponível em: http://caraipora.tripod.com/valumbrosius.htm. Acesso em: 03 de Março de 2009.

RATTOM, M. ***Escalas musicais – quando a matemática rege a música***. Disponível em: http://www.dirsom.com.br/index_htm_files/Matematica%20&%20Escalas%20Musicais.pdf. Acesso em: 03 de Março de 2009.

ROLIM, D. S. **À** ***Trajetória histórica da música***. Disponível em: http://www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/folhas/frm_resultadoBuscaFolhas.php. Acesso em: 03 de Março de 2009.

SANTOS, L. A. ***O que há em comum entre "pegar" onda, sintonizar uma estação de rádio e ouvir música?***. Disponível em: http://www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/folhas/frm_resultadoBuscaFolhas.php. Acesso em: 03 de Março de 2009.

SEIXAS, M. H. Z. ***A música e suas relações com a matemática e a física***. Disponível em: http://www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/folhas/frm_resultadoBuscaFolhas.php. Acesso em: 03 de Março de 2009.

SIMONATO, A. L.; DIAS, M. P. M. A relação entre matemática e música. ***Revista Fafibe***. São Paulo, ano 1, n.1, Julho de 2005.

ISBN 978-85-7764-034-8

ORIGEM E DESENVOLVIMENTO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Rubens Batista de SOUZA – UNIR
(rubensbsouza@hotmail.com)

RESUMO

A história da origem e desenvolvimento da Análise Combinatória remonta à antiguidade. Presume-se que esta ciência tenha surgido na China e a partir daí se espalhado por todo o mundo. Um dos principais fatores que propiciaram o ápice de desenvolvimento desta ciência foram os problemas vinculados a jogos de azar, que despertou o interesse de grandes matemáticos, dentre eles: Girolamo Cardano, Blaise Pascal e Pierre de Fermat. Nesse sentido, o presente trabalho consiste em evidenciar o desenvolvimento da Análise Combinatória, desde os tempos da antiga civilização chinesa até o período de sua grande evolução que ocorreu na Europa do século XVII. Também é intuito deste trabalho destacar a contribuição de alguns dos principais matemáticos que estiveram envolvidos no estudo desta ciência.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Combinatória; Triângulo de Pascal; Probabilidade.

INTRODUÇÃO

A princípio o estudo da combinatória estava relacionado ao misticismo. Os chineses acreditavam que as combinações de certos símbolos denominados de princípios do *Liang I*, poderiam ser utilizadas em adivinhações. Outra contribuição dos chineses para a expansão desta ciência foi o triângulo aritmético, que é ferramenta essencial no estudo da combinatória. Vários matemáticos se dedicaram ao estudo desta ferramenta. Porém, destaca-se a figura do francês Blaise Pascal, que introduziu o triângulo na resolução de problemas de combinatória e probabilidade.

Na Grécia também encontra-se a contribuição de Arquimedes (287-212 a.C.) que pretendeu estudar a combinatória através de um de seus inventos, um quebra-cabeça denominado de *Stomachion.* Possivelmente essa foi uma das primeiras tentativas gregas de estudo da combinatória. Seguindo este mesmo objetivo, outros povos também se destacaram; entre eles, os árabes e os hindus.

A Europa é o cenário principal do desenvolvimento desta ciência. Nos séculos XVI e XVII, a matemática apresentou um rápido crescimento científico e muitas descobertas matemáticas fizeram com que o estudo da Análise Combinatória incorporasse uma roupagem científica. Um dos principais fatores para este desenvolvimento foram os problemas vinculados a jogos de azar, despertando o interesse de grandes matemáticos, dentre eles: Girolamo Cardano, Blaise Pascal, Pierre de Fermat e Jakob Bernoulli. O famoso Problema

dos Pontos foi o marco inicial desse interesse. Para tanto, o objetivo deste trabalho é resgatar nas literaturas os principais fatos que estão relacionados com o desenvolvimento da combinatória desde a antiga civilização chinesa até os dias atuais.

AS ORIGENS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Desde há muito tempo os processos de contagem estão associados ao desenvolvimento das civilizações. Mesmo sem ter uma noção precisa de contagem, o homem primitivo já tinha alguma percepção da necessidade de desenvolver seus métodos. É nesse sentido, que a Análise Combinatória, surge como um desses métodos. Contudo, a sua evolução é o resultado da contribuição de diversos povos entre eles, os chineses, gregos, hindus, árabes e europeus.

China

Presume-se que esta ciência originou-se a partir dos conhecimentos matemáticos da antiga China, por volta de 1500 a.C. com algumas inscrições em bambus, ossos e carapaças de tartarugas. Contudo, um dos primeiros indícios de combinatória aparece num dos mais antigos trabalhos chinês intitulado *I-King*, ou Livro das Permutações, provavelmente escrito por Won-wang (1182-1135 a.C.). Nesta obra aparece o *Lo-shu* e o *Liang I,* ou os dois princípios: o masculino *yang* (—) e o feminino *ying* (– –) (ALBUQUERQUE, 2004).

Segundo Contador (2006a, p. 478) "a partir destes sinais foram construídos oito símbolos aos quais foram dados vários atributos e usados como símbolos místicos em adivinhações". A Figura 1 mostra estas combinações - cujos símbolos são também chamados de *Pa-Kua* (ou oito trigramas).

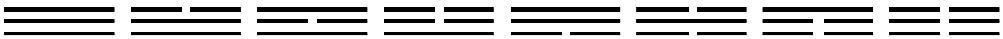


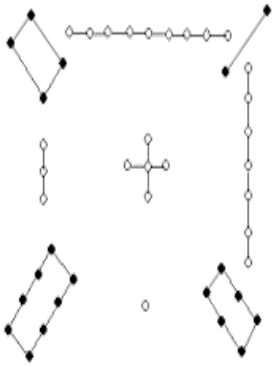
Figura 1: Símbolos do *Pa-Kua*

Essas combinações representam arranjos com repetição de dois símbolos tomados três a três. Matematicamente isso pode ser expresso por $A_{2,3} = 2^3 = 8$.

O *Lo-shu* trata-se de um lendário quadrado mágico, que segundo uma lenda, apareceu aos chineses por volta de 2200 a.C., decorando a carapaça de uma tartaruga divina às margens do rio Amarelo. Posteriormente ele foi desenhado como se vê na Figura 2. Expressos por nós em cordas: nós pretos para números pares e os nós brancos para números ímpares. A estes arranjos, também foram atribuídos características místicas como, por

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

exemplo, os números pares e ímpares significam respectivamente a imperfeição e perfeição (CAJORI, 2007).



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Figura 2: Lo – shu
Fonte: http://www.hiakz.com/loshu.asp

Um quadrado mágico de ordem *n* é um arranjo quadrado de n^2 inteiros distintos dispostos de maneira tal que, a soma dos números de uma linha qualquer, de uma coluna qualquer ou da diagonal principal sempre fornecerá o mesmo resultado, que é chamado de constante mágica do quadrado. Matematicamente, Contador (2006a), expressa essa propriedade da seguinte forma:

$C = \frac{n(n^2+1)}{2}$, onde C é a constante mágica para um quadrado de ordem n. (1)

Diz-se que o quadrado de ordem $n > 2$ não pode ser construído. Na Figura 2, pode-se observar um quadrado mágico de ordem três com um arranjo de nove números distintos. Onde, a soma de qualquer linha, coluna, ou diagonal sempre dá como resultado o número 15.

Outro legado importante dos chineses ao estudo de combinatória é o triângulo aritmético, que ao longo dos séculos passou a ser conhecido por vários nomes: Triângulo de Pascal, Triângulo de Yang Hui, Triângulo de Tartaglia e Triângulo Combinatório. No entanto, segundo Contador (2006b, p. 227), "embora o triângulo já fosse conhecido muito tempo antes de Pascal, este acabou levando o seu nome, devido à descoberta de novas propriedades e aplicações do triângulo ao estudo da probabilidade".

Yang Hui (1261-1275), é o matemático chinês mais famoso associado ao triângulo aritmético. Sabe-se que ele escreveu dois livros, onde de acordo com Contador (2006a, p. 481-482), "o grande destaque deste trabalho é a presença de números dispostos de maneira a formar um triângulo do qual resultam os coeficientes numéricos ou coeficiente

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

binomiais do desenvolvimento de $(a+b)^n$ em que n é um expoente inteiro positivo ou nulo.” Deve-se a ele a mais antiga representação do mesmo.

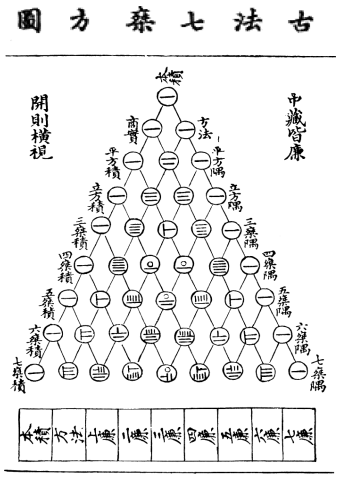


Figura 3: Variação chinesa do triângulo aritmético
Fonte: http://www.tiosam.net/enciclopedia/?q=Tri%C3%A2ngulo_de_Pascal#Propriedades

O mesmo trabalho aparece no livro *“Espelho Precioso”* escrito por Chu Shih-Chieh em 1303. Este livro traz a figura do triângulo aritmético com até nove linhas. Onde o autor se refere ao triângulo como algo já antigo em seu tempo; referindo se a ele como um diagrama do método antigo para calcular potências oitavas e menores (BOYER, 2009). Com isso, é evidente que o teorema do binômio já fosse conhecido na China desde longa data. Outro fator a considerar é que a descoberta chinesa do teorema binominal para potências inteiras estava associada, em sua origem, ao cálculo de raízes e não a potenciações.

Grécia

Da Grécia, pode-se destacar como um dos pioneiros no estudo da combinatória o genial Arquimedes, entre as suas muitas invenções, encontra-se uma que possivelmente seja uma das primeiras tentativas de estudo da Análise Combinatória: o *Loculus Archimedius* ou *Stomachion*; trata-se de um instigante quebra-cabeça, composto de quatorze peças poligonais variadas que devem ser encaixadas para formar um quadrado, conforme pode ser observado na Figura 4 (EVES, 2004).

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

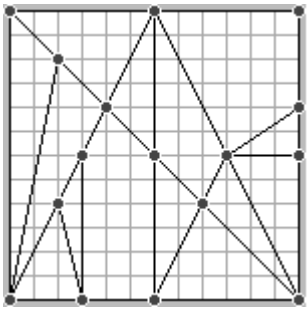


Figura 4: Stomachion
Fonte: http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/matelem/stomachion.html

O *Stomachion* é parecido com o Tangran, um desafio chinês de sete peças com as quais se podem fazer várias combinações.

Segundo o historiador de matemática NETZ (2003) *apud* Brito e Tavares (2005, p. 35) da Universidade de Stanford, Califórnia, "o Stomachion não era um mero passatempo, mas um objeto executado por Arquimedes para fins de análise combinatória". Presume-se que Arquimedes havia escrito um tratado para tentar solucionar o seguinte problema: de quantas formas distintas as peças podem ser arranjadas para formar o quadrado? Diante disso, tal questão foi proposta para os especialistas em Análise Combinatória e eles, com a ajuda de computadores provaram que a resposta é 17.152 modos diferentes de combinar as quatorze peças. Na verdade, não se sabe ao certo se o próprio Arquimedes chegou a essa resposta. No entanto, acredita-se que Arquimedes teria pelo menos proposto uma solução.

Índia

A Índia produziu muitos matemáticos. Dentre eles podemos destacar Bhaskara (1114-1185), o mais importante matemático do século XII, sabia calcular o número de permutações, combinações e arranjos de *n* objetos. Em sua obra *Lilavati*, ele fornece regras para o cálculo de arranjos (com ou sem repetições) e o cálculo de combinações (sem repetições). Também, relaciona a idéia de permutação com situações práticas (aplicações na poesia, arquitetura, música e medicina) (ESTEVES, 2001).

De acordo com Eves (2004, p. 271), "os problemas de aritmética hindus comumente envolviam irracionais quadráticos, teorema de Pitágoras, progressões aritméticas e permutações".

Arábia

Na Arábia, destaca-se a figura de dois matemáticos que estiveram envolvidos com o triângulo aritmético: Al-Kashi e Omar Khayyam.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Conforme Eves (2004, p. 262), "Al-Kashi foi o primeiro autor árabe a lidar com o teorema binomial em sua forma de *triângulo de Pascal*". Quanto a Omar Khayyam, presume-se que ele havia escrito um livro sobre o triângulo aritmético e sua aplicação na extração de raízes quadradas, cúbicas, etc. Porém, essa obra se perdeu.

Outro fator a considerar é que os árabes foram de fundamental importância para a conservação de grande parte das ciências grega e hindu. Na concepção de Eves (2004. p, 267), "eles custodiaram de maneira admirável grande parte do patrimônio intelectual do mundo até que os europeus se despertassem do marasmo da baixa idade média". Ou seja, até o século XV, mais precisamente no ano de 1453, quando Constantinopla foi tomada pelos turcos Otomanos e o Império Bizantino entrou em colapso.

A Europa

Com a queda de Constantinopla em 1453, finalmente a Europa se despede do que se chama "A Idade das Trevas". Inicia-se então um novo período de retomada para o desenvolvimento da cultura. Vários escritos da civilização grega retornam ao ocidente, e a Europa se beneficia de preciosas obras da antiguidade tornando-se o cenário principal para o desenvolvimento da matemática.

As obras científicas produzidas durante este período e nos séculos seguintes, mais especificamente até o século XVIII, foram inúmeras e caracterizam um período de grande expansão da matemática. Um dos fatores que contribuiu para isso foi à invenção da imprensa de tipos móveis, extremamente importante para a difusão do conhecimento e divulgação das idéias. Nesse sentido, é a partir do século XV que se analisa o envolvimento da Europa com a Análise Combinatória. No entanto, é interessante relatar que o assunto já era conhecido desde a era medieval. Há relatos que nessa época havia uma ciência mística denominada *cabala* que envolvia permutações e combinações (ESTEVES, 2001).

Seguindo uma ordem cronológica, a primeira obra impressa que contém problemas de combinatória foi a "*Summa de Arithmetica, geometrica, proportioni et proportianalita*" (Coletânea de conhecimentos de aritmética, geometria, proporção e proporcionalidade) do frade Franciscano Luca Pacioli (1445-1514), publicada em Veneza no ano de 1494, onde de acordo com Eves (2004, p. 365), "Pacioli foi um dos primeiros autores a introduzir o problema dos pontos num trabalho de matemática", que consistia na seguinte proposta: determine a divisão das apostas de um jogo de azar interrompido, entre dois jogadores igualmente hábeis, supondo-se conhecida a contagem no momento da interrupção e o número de pontos necessários para se ganhar o jogo.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Este problema encontra-se relacionado à origem da probabilidade. No entanto, a primeira obra considerada como marco inicial da teoria das probabilidades é o livro "*Líber de Ludo Aleae*" (o livro dos jogos de azar) de Girolamo Cardano (1501-1576), publicado em 1663. Esta obra pode ser descrita como um manual para jogadores. Contém interessantes problemas de análise combinatória e probabilidade.

Outro matemático que contribui para o desenvolvimento da Análise Combinatória foi Nicolo Tartaglia (1499-1557) autor do livro "*General tratado di numeri et misure*"(Tratado dos números e das medidas), publicado em 1556. Trata-se de um completo tratado de aritmética, tanto que é considerado um dos melhores trabalhos do século XVI. Neste trabalho encontra-se também uma importante abordagem sobre os elementos do triângulo aritmético e suas relações com as potências de (x + y).

Em 1654, o famoso jogador Antoine Gombaud, Chevalier de Méré, propôs a Blaise Pascal (1623-1662) alguns dos problemas matemáticos que tinha encontrado em sua lida com jogos de azar. Um dos problemas proposto por Chevalier da Méré estava relacionado com o já mencionado problema dos pontos. Pascal interessou-se pelo problema e se dispôs a achar a solução do mesmo. Para isso, correspondeu-se com Pierre de Fermat (1601-1665) e ambos chegaram a resultados corretos.

Porém, de acordo com Eves (2004, p. 393-394) a resolução deste problema se deu por métodos diferentes:

> Fermat discutiu o caso em que o jogador *A* precisava de dois pontos para ganhar e o jogador *B* de três. Como é claro que mais de quatro partidas decidem o jogo. Seja *a* uma partida ganha por *A* e seja *b* uma partida ganha por *B*. Consideremos então os dezesseis arranjos completos, de ordem 4, das letras *a* e *b*:
>
> *aaaa aaab abba bbab*
> *baaa bbaa abab babb*
> *abaa baba aabb abbb*
> *aaba baab bbba bbbb*
>
> Os casos em que *a* aparece duas ou mais vezes são favoráveis a *A* e há onze deles. Os casos em que *b* aparece três ou mais vezes são favoráveis a *B* e há cinco deles. Portanto as apostas devem ser divididas na razão 11:5. Para o caso geral, em que *A* precisa de m pontos para ganhar e *B* precisa de n, anotam-se os $2^{(m+n-1)}$ arranjos completos, de ordem $m+n-1$, das duas letras *a* e *b*. Procura-se o número x de casos em que *a* aparece m ou mais vezes e o número y de casos em que *b* aparece n ou mais vezes. As apostas devem ser divididas na razão x: y.
>
> Pascal resolveu o problema dos pontos utilizando seu "triângulo aritmético". Iniciando por C (n, r) o número de combinações simples, de ordem r, de n objetos, pode-se facilmente mostrar que o número ao longo da quinta diagonal do triângulo são respectivamente: C (4,4)=1, C (4,3)=4, C (4,2)=6, C (4,1)=4, C (4,0)=1. Retornando ao particular problema dos pontos considerando, C (4,4) é o número de maneiras de se obter quatro letras **a**, C (4,3) é o número de maneiras de se obter três letras *a* e assim por diante, segue que a solução do problema é dada por: [C (4,4) + C (4,3) + C (4,2)] : [C (4,1) +C (4,0)]= (1+4+6) : (4+1)= 11:5.
>
> No caso geral, em que *A* precisa de m pontos e *B* precisa de n, escolhe-se a (*m*+*n*)-ésima diagonal do triângulo de Pascal. Calcula-se então a soma x dos primeiros n

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

> números da diagonal considerada e a soma y de seus últimos m números. Então, devem-se dividir as apostas segundo a razão x: y.

Pode-se notar que Pascal e Fermat além de resolverem o problema dos pontos e tentarem equacioná-lo, lançaram definitivamente os fundamentos da moderna teoria das probabilidades, assunto propício para o desenvolvimento de novas técnicas da Análise Combinatória, que se tornou ferramenta muito importante para o desenvolvimento da Álgebra e principalmente da Estatística (CONTADOR, 2006b).

Dois anos depois de Pascal e Fermat iniciarem correspondência sobre o problema dos pontos e questões com ele relacionadas, Christiaan Huygens (1629-1695) embasado nesta correspondência, em 1657 publicou um pequeno folheto de teoria das probabilidades, o "*De Ratioccinis in Ludo Aleae*" (sobre o raciocínio em jogos de dados). Trata-se de um primeiro trabalho baseado no conceito de esperança matemática.

Neste cenário, Pascal foi mais adiante, em 1653 ele escreve um tratado sobre o triângulo aritmético, intitulado "*Traité du Triangle Arithmétique*" (Tratado do triângulo aritmético), que só foi publicado em 1665. Nesse tratado, Pascal construía seu triângulo aritmético de modo que a partir da segunda linha, qualquer elemento é obtido como a soma dos elementos da linha anterior situados exatamente acima ou à esquerda do elemento desejado. Isto se verifica no triângulo aritmético (triângulo de Pascal) a seguir:

1 1 1 1 1...
1 2 3 4 ...
1 3 6 ...
1 4 ...
1...

Percebe-se então, na terceira linha, que $6 = 3 + 2 + 1$. Observa-se ainda, que os números ao longo de qualquer diagonal do arranjo numérico são os coeficientes sucessivos de uma expansão binomial $(a + b)^n$. Por exemplo, os números ao longo da quinta diagonal: 1, 4, 6, 4, 1 são coeficientes sucessivos da expansão de $(a + b)^4$. Pascal também desenvolveu o estudo das propriedades de um triângulo em que os números de cada linha indicam de quantas formas diferentes se pode escolher *p* objetos de uma coleção de *n* objetos.

Com as realizações de Pascal, Fermat e Huygens no campo da teoria das probabilidades, inicia-se um novo progresso na expansão dessa ciência bem como da Análise Combinatória que possui aplicação direta no cálculo das probabilidades. Nesse sentido, Jacques Bernoulli (1654-1705), escreve uma obra constituída de quatro partes a "*Ars*

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Conjectand" (Arte de Conjeturar), publicada postumamente, em 1713. Na primeira parte deste livro é reeditado o trabalho de Huygens sobre jogos de azar. A segunda parte contém uma teoria geral de permutação e combinações, facilitada pelos teoremas binominal e multinomial (BOYER, 2009). Nela figura inclusive a primeira demonstração correta (por indução) do teorema binomial para expoentes positivos. As outras partes são dedicadas principalmente a problemas que ilustram a teoria das probabilidades.

Outro matemático que também teve um papel destacado com suas contribuições à Análise Combinatória foi o Leonhard Euler (1707-1783), sabe-se que em suas obras, muitas delas sobre probabilidades, contêm dados importantes no que diz respeito à combinatória.

Entre suas obras, o livro "*Introductio in Analysin Infinitorum*" editado em 1748, em dois volumes; possui um de seus capítulos dedicado ao estudo da teoria das partições. Consta que o interesse de Euler por esta área da ciência surgiu quando o matemático francês Phillipe Naudé, lhe enviou uma carta, na qual ele fazia a seguinte pergunta: de quantas maneiras é possível escrever um número como soma de inteiros positivos distintos? Esta pergunta, prontamente respondida por Euler, foi à origem da teoria das partições. Segundo (Tavares e Brito, 2005, p. 36), "o problema de se determinar o número $p(n)$ de partições de um inteiro positivo n foi objeto de estudo durante um longo tempo, e uma fórmula para seu cálculo só apareceu no século XX, fruto do trabalho de G. H. Hardy, S. Ramanujam e H. Rademacher".

Mais tarde, em 1736, Euler estava diante de um novo problema que intrigava os matemáticos de sua época. Era o clássico problema das sete pontes de Königsberg.

Königsberg era uma cidade da antiga Prússia, hoje chamada Kaliningrado, na atual Rússia. A cidade, situada perto da foz do rio Pregel, era famosa por suas sete pontes, interligando partes da cidade, como representado na Figura 5.

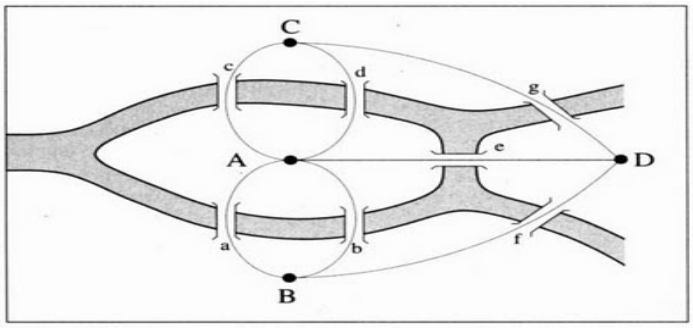


Figura 5: Desenho das setes pontes de Königsberg
Fonte: http://autoentusiastas.blogspot.com/2010/08/folguedos-pontes-e-gps.html

Tal problema, resolvido por Euler, consistia na seguinte questão: seria possível

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

fazer um passeio pela cidade de Könisgberg de maneira a cruzar todas as pontes da cidade, uma, e uma só vez, e retornar ao ponto de partida? Euler provou que não existia caminho que possibilitasse tais restrições. Para isso, Euler usou um raciocínio muito simples, reduziu o problema ao de percorrer o grafo. Transformou os caminhos em retas (arcos) e suas interseções em pontos (vértices). Como se pode observar na Figura 5.

Conforme Contador (2006b, p. 370), esse problema pode ser abordado da seguinte maneira:

> [...] para um passeio nas condições do problema, cada ponto deve ser ligado por um número par de linhas (exceto o primeiro e o último), pois a pessoa precisa de uma ponte para entrar e outra para sair de uma região qualquer. Se o passeio começa e termina em regiões diferentes, estas duas regiões só podem ter número ímpar de pontes, mas se o passeio começa e termina na mesma região, esta deverá ter obrigatoriamente um número par de pontes. Assim o passeio só será possível se todas as regiões tiverem um número par de pontes ou se somente duas regiões tiverem um número ímpar de pontes, situação esta que não acontece na cidade de Königsberg.

Através destes estudos, Euler, deu um dos passos significativos para a Teoria dos Grafos, parte muito importante, atualmente, da Análise Combinatória. Um grafo é um conjunto de pontos, chamados *vértices* (ou nodos ou nós), conectados por linhas, chamadas de *arestas* (ou arcos).

Outro problema que serviu de impulso para o desenvolvimento da Teoria dos Grafos surgiu por volta de 1852 quando Francis Guthrie propôs que qualquer mapa poderia ser colorido com no máximo quatro cores, respeitando a condição de que países vizinhos, com alguma linha de fronteira em comum, tivessem cores diferentes. Esta conjetura, conhecida como problema das quatro cores, foi provada em 1977, com o auxílio de computadores, por Kenneth Apel e Wolfgang Haken (TAVARES; BRITO, 2005).

Deve-se ainda citar o matemático, Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), que em 1834 formulou o "*Schubfachprinzip*" (princípio das gavetas), que é bastante utilizado para resolver problemas de análise combinatória. O "Princípio das Gavetas de Dirichlet", também chamado de "Principio da Casa dos Pombos" é a afirmação de que se m objetos são colocados em n gavetas, e se $m > n$, então pelo menos uma gaveta irá conter mais de um objeto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do que foi exposto, percebe-se que a Análise Combinatória sempre esteve voltada para a resolução de problemas. No entanto, ficou evidenciado que o grande desenvolvimento desta ciência só ocorreu devido aos jogos de azar. Muitos foram os

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

matemáticos e os não-matemáticos como Fermat e Chevalier de Méré que contribuíram de maneira relevante para a consolidação desta ciência.

Hoje, a Análise Combinatória possui aplicação direta no cálculo das probabilidades e atua em diversos campos das ciências aplicadas. Suas ferramentas abrangem diversos conceitos que vão dos mais simples aos mais sofisticados, como por exemplo: o Princípio das Gavetas de Dirichlet e a Teoria dos Grafos. Nesse sentido, pode-se dizer que a combinatória não se restringe apenas ao conhecimento dos agrupamentos de permutações, arranjos e combinações.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Regina Lúcia Tarquínio. ***A Matemática Sob a Ótica do Tarô***: uma experiência com a educação de jovens e adultos. Disponível em: <http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/publicacoes/publicacao_47.pdf>. Acesso em 18 de jun. 2008

BRITO, Frederico Reis Marques; TAVARES, Cláudia S. Contando a história da contagem. ***Revista do Professor de Matemática***. São Paulo, n. 57, p. 33-40, jun. 2005.

BOYER, Carl B. ***História da Matemática***. Tradução: Elza F. Gomide. 9. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2009.

CAJORI, Florian. ***Uma História da Matemática***. Tradução: Lázaro Coutinho. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciências Moderna, 2007.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. ***Matemática, uma breve historia***. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006a. v. I.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. ***Matemática, uma breve historia***. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006b. v. II.

EVES, Howard. ***Introdução à História da Matemática***. Tradução: Higyno H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

ESTEVES, Inês. ***Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8° série do ensino fundamental***. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_ines_esteves.pdf>. Acesso em: 18 de jun. 2008.

FONTES, Mauricio de Moraes; FONTES, Dineusa Jesus dos Santos. ***Análise Combinatória: uma abordagem através de contexto***. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Relato_de_Experiencia/Trabalhos/RE27780880249T.doc>. Acesso em: 18 de jun. 2008.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Ilustração: ***Lo – shu***. Disponível em: <http://www.hiakz.com/loshu.asp>. Acesso em: 10 de out. 2010.

Ilustração: ***Variação Chinesa do Triângulo Aritmético***. Disponivel em: <http://www.tiosam.net/enciclopedia/?q=Tri%C3%A2ngulo_de_Pascal#Propriedades>. Acesso em: 10 de out. 2010.

Ilustração: ***Stomachion***. Disponível em:<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/matelem/stomachion.html>. Acesso em: 10 de out. 2010.

Ilustração: ***Desenho das setes pontes de Königsberg***. Disponível em: < http://autoentusiastas.blogspot.com/2010/08/folguedos-pontes-e-gps.html >. Acesso em: 10 de out. 2010.

JUNIOR, Ivail Muniz. ***Grafos e Algoritmos***: Conceitos, aplicações e experiências no Ensino Médio. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC04416010737T.doc>. Acesso em: 18 de jun. 2008.

STRUIK, Dirk J. ***História Concisa das Matemáticas***. Tradução: João Cosme Santos Guerreiro. 3. ed. Lisboa: Gradiva 1989.

SOUZA, Analucia Castro Pimenta. ***Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas***. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2010/souza_acp_me_rcla.pdf>. Acesso em 13 de out. 2010.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

CÁLCULO MENTAL E OS LIVROS DIDÁTICOS

Márcia Rosa ULIANA – FACIMED
(ulianamarcia1@hotmail.com)

RESUMO

Este artigo aborda o quanto é importante a adoção, por professores de matemática do ensino fundamental, de estratégias que incentivem os cálculos feitos mentalmente; além, dos cálculos sistematizados em algoritmos tradicionais e utilizando calculadora. O cálculo mental torna o aluno mais autônomo e criativo na busca de encontrar o resultado de uma operação matemática. Pois, o trabalho com o cálculo mental nas aulas de matemática propicia aos alunos a construção e seleção de procedimentos adequados à situação-problema apresentada, aos números e às operações, além de estar vinculado com situações da vida cotidiana. Visando verificar se os livros didáticos atuais estão dando espaço a essa estratégia de cálculo foi feita uma pesquisa em cinco coleções de livros didáticos do ensino fundamental os quais são utilizados por escolas públicas e particulares de todo o Brasil. O que se pôde constatar é que as atividades de cálculo mental não estão tendo relevância nesses livros, pois são poucas e mal elaboradas em sua maioria, não permitindo que o aluno explore toda a potencialidade do cálculo mental.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Mental; Ensino da Matemática; Livro Didático.

INTRODUÇÃO

O termo "Cálculo Mental", adotado e conceituado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs), diverge do adotado por alguns educadores matemáticos. Para os PCNs "calcula-se mentalmente quando se efetua uma operação, recorrendo-se a procedimentos confiáveis sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos" (BRASIL, 1997, p. 117). Para a pesquisadora e formadora de professores Starepravo (2009) o que caracteriza o cálculo mental é a não utilização de algoritmos convencionais, que envolve uma relação entre os números e suas propriedades. Parra e Saiz (1996) compartilham a mesma definição de cálculo mental com Starepravo, ao conceituar:

> Cálculo mental é o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre os números(PARRA; SAIZ, 1996, p. 189).

A modalidade de fazer cálculo mentalmente foi uma das primeiras atividades matemáticas desenvolvidas pelo homem, onde podemos constatar os exemplos dos povos egípcios e babilônios em torno de 3000 a. C, já haviam iniciado o cálculo mental.

Primeiramente, surgiu com a *correspondência Biunívoca,* ou seja, se a cada elemento do primeiro é possível associar, de alguma maneira um único elemento do segundo. Neste contexto histórico a escrita estava em fase inicial e os números em seus ensaios iniciais, com os símbolos de numeração hieroglíficos de base 10.

No entanto, os antigos egípcios já utilizavam cálculos para resolver problemas do seu cotidiano utilizando-se das propriedades e de técnicas que permitiam operar com os símbolos essa habilidade de domínio milenar. Conforme relatado na revista Nova Escola: "os egípcios usavam um engenhoso método para multiplicar dois números baseados na compensação de dobros e metades. Para multiplicar 16 por 13, por exemplo, eles compensavam o fato de multiplicar a metade de um pelo dobro do outro" (GENTILE; GURGEL, 2007, p. 63).

Os avanços e transformações do mundo moderno trouxeram consigo outros métodos e instrumentos (calculadoras) que permitem realizar operações aritméticas de forma diferenciada e com maior rapidez. O que é apresentado neste texto e defendido pelos PCNs (1997), não é abolir as tecnologias e os cálculos escritos utilizando os algoritmos tradicionais no processo de ensino-aprendizagem, e sim utilizar-se de estratégias diferenciadas de cálculo. Os alunos precisam conhecê-las para ter oportunidade de escolha.

O cálculo mental proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico- dedutivo, dá autonomia aos alunos na busca de uma resposta, aumentando a auto-estima dos mesmos, haja vista que eles podem trilhar um caminho diferente e chegar a mesma resposta, além de proporcionar o desenvolvimento do pensamento crítico.

Convém salientar que o cálculo mental deve ser trabalhado e incentivado ao longo de todo ensino fundamental e médio de forma contínua e sistematizada, e não, como mais um tópico de conteúdo no currículo escolar. Os professores de Matemática são os agentes protagonistas no desenvolvimento dessa estratégia de cálculo, tendo em vista, que os alunos só farão uso do mesmo se forem incentivados a desenvolvê-lo. Segundo educadores na área de Educação Matemática "o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 23).

Um professor pode começar o trabalho de dinamizar o uso do cálculo mental pelos alunos propondo para aos mesmos investigações que possibilitem entender a operacionalidade dos algoritmos "contas armadas". Incentivando a identificação das propriedades dos números naturais como: comutativa, associativa, distributiva e do elemento neutro nas operações de adição e de multiplicação.

Os alunos precisam perceber que apesar de parecer desorganizada, a estratégia

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

para se efetuar cálculo mental, é uma técnica eficiente e muito válida em situações do dia-a-dia, assim como, em provas de vestibulares em que o candidato não pode usufruir das tecnologias como as calculadoras. Os alunos não começam a fazer cálculo mental exato de um dia para outro, tendo em vista que esta habilidade, o aluno vai aperfeiçoando ao longo da sua vida, desde que sejam trabalhadas e exercitadas no ambiente escolar. Como salienta a professora da Escola estadual Celina de Moraes da cidade de Santa Maria – RS:

> O cálculo mental, porém não surge de forma gratuita só pelo fato de abrirmos mão do algoritmo tradicional. Exige que o educando tenha legítimas experiências matemáticas, isto é, que participe da construção de conceitos matemáticos, compreendendo as possibilidades implicadas em cada operação (MALDANER, 2008, p. 2).

Em face do exposto percebe-se o quanto é necessário um trabalho diferenciado por parte do professor, pois o docente tem o papel de diversificar as metodologias e estratégias de ensino com o propósito de instigar o pensamento lógico e crítico do aluno. Além disso, como apresentado anteriormente esses são pré-requisitos evidenciados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e que devem nortear o trabalho do professor.

O CÁLCULO MENTAL E OS LIVROS DIDÁTICOS

A estratégia do cálculo mental vem sendo aos poucos incorporada aos livros didáticos do ensino fundamental por recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, os quais enfatizam a necessidade de ampliação de diferentes procedimentos e tipos de cálculos – mental ou escrito, exato ou aproximado. Grande parte dos professores brasileiros, como aborda a formadora de professores Strarepravo, não têm aderido essa estratégia de cálculo no ambiente escolar. Ela relata em seu livro que:

> ... em função do trabalho que desempenho de formadora de professores, tenho visitado muitas escolas em diferentes estados brasileiros. Observando os planejamentos e as atividades nas aulas de matemática, tenho verificado que o trabalho com o cálculo mental tem sido pouco explorado na escola (STRAREPRAVO, 2009, p. 40).

O Guia dos Livros Didáticos 2008 é um documento do MEC (Ministério da Educação e Cultura) que ressalta a necessidade de atividades nos livros didáticos que incentivem os educandos a realizarem cálculo mental, além de operar com algoritmos e tecnologias. Em conformidade com o que é abordado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, "o importante é superar a mera memorização de regras e de algoritmos 'divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima inverte a segunda e multiplica' e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo" (BRASIL, 1998, p, 67).

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Cabe ressaltar que essa mudança vem ao encontro das necessidades do mercado de trabalho da sociedade moderna, que exige habilidades e competências de cálculo diferente de dez e vinte anos atrás, onde as pessoas precisavam saber fazer cálculos rápidos e precisos. Hoje as calculadoras desempenham esse papel com grande eficiência, no entanto, exige-se que as pessoas sejam críticas e saibam interpretar os resultados dos cálculos. As estratégias do cálculo mental se bem exploradas desenvolvem tais habilidades.

O presente texto vem relatando o cálculo mental como sendo uma estratégia que se aprende no ambiente escolar, mas cabe explicitar que muitas pessoas, principalmente, as idosas fazem cálculo mental, sem conhecer as estruturas matemáticas ocultas por traz dos seus procedimentos de cálculo. Muitas crianças, também, fazem esse tipo de cálculo, quando se refere ao fator comprar. Por exemplo, uma criança ao comprar um lanche na cantina, geralmente, ela desenvolve um cálculo mental para verificar se o dinheiro que ela possui permite comprar um determinado lanche e se o troco está correto.

O CÁLCULO MENTAL NOS LIVROS DIDÁTICOS

Como abordado anteriormente neste texto, a estratégia de fazer operações matemáticas por meio do cálculo mental, deve ser incentivada e trabalhada ao longo de todo o ensino fundamental. No entanto, existem tópicos da aritmética e momentos durante o ensino fundamental que são mais propícios para explorar tal cálculo. Como abordam os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática "no terceiro ciclo, os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos convencionais ou não convencional, com calculadora ou sem" (BRASIL, 1998, p. 67).

Visando constatar como o cálculo mental está sendo abordado nos livros didáticos, foram analisadas cinco coleções atuais de livros didáticos de Matemática dos dois últimos ciclos do ensino fundamental.

1 – Coleção A

Essa coleção apresenta poucas atividades que visam trabalhar com o cálculo mental, dá ênfase aos cálculos escritos e estruturados por algoritmos tradicionais. No livro do sexto ano não há nenhuma atividade que viabilize trabalhar as estratégias de cálculo mental. Já o livro do sétimo ano apresenta um exercício de cálculo mental na secção de números racionais, sendo que o mesmo é acompanhado de um exemplo.

Atividade. Veja como Adriano usa os fatores de um número para efetuar. Calcule mentalmente.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

25 x 36 = 25 x 4 x 9 =100 x 9=900

-2,5 x 48= -2,5x 4 x 12 = -10 x 12 = - 120

0,2 x 35 = 0,2 x 5x 7 = 1 x 7=7

Após esse exemplo o livro propõe uma série de cálculos desse nível para o aluno exercitar.

No livro do oitavo ano, os autores propõem duas atividades similares a anterior, no entanto envolvendo o conjunto dos números reais. Já, no livro do nono ano aparece uma atividade intitulada por "Pensando com a calculadora" a qual visa explorar as propriedades dos números reais. Essa atividade possibilita trabalhar com os alunos as propriedades básicas estruturantes do cálculo mental.

2 – Coleção B

Essa coleção de livros é elaborada por uma rede particular de ensino. A análise da mesma permite inferir que apesar de seus livros priorizarem as atividades de inquirição, o cálculo mental é pouco explorado. Analisando a coleção completa, puderam-se constatar apenas três atividades, as quais envolviam o cálculo mental. As atividades são bem simples, como a apresentada na coleção anterior.

3 – Coleção C

A coleção apresenta atividades envolvendo o cálculo mental em todos os seus volumes (6º ao 9º), sendo que os conteúdos em que estão inseridas as atividades de cálculo mental são os números inteiros, naturais, racionais, reais e cálculo de porcentagem, além disso, a quantidade de atividades envolvendo cálculo mental é bem superior as das outras coleções analisadas. Também é válido destacar que as atividades são de melhor qualidade. O termo "qualidade" é usado aqui, pois as atividades além de explorarem as propriedades matemáticas estão inseridas em um contexto e ressaltam a importância dessa estratégia de cálculo. Serão apresentados na sequência dois exemplos de atividades dessa coleção de livros:

Atividade 1. A atividade intitulada de "Trabalhadores que calculam porcentagens mentalmente" aparece no livro do sexto ano, onde os autores do livro trazem um pequeno texto abordando a necessidade de se dominar o método de se fazer cálculo mental de porcentagem e apontam pessoas simples do nosso dia a dia que fazem/usam desse procedimento (pedreiros, feirantes e vendedores). Ilustram e apresentam as estratégias empregadas por essas pessoas para efetuarem os cálculos e depois convidam os leitores a fazerem uma seqüência de cálculos mentalmente de porcentagem utilizando os mesmos procedimentos.

Atividade 2. O livro do sétimo ano apresenta uma atividade de cálculo mental

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

para operar com números inteiros. Os autores iniciam a atividade abordando as várias estratégias que uma pessoa pode adotar para realizar um cálculo, e ilustram com exemplos quando é mais conveniente fazer mentalmente, usar calculadora e/ou usar algoritmo. Após, eles sugerem uma lista de exercícios e pedem para o aluno fazer mentalmente.

4 – Coleção D

O cálculo mental da obra (6º ano) é apresentado em 2 páginas (50 e 51) no capítulo das operações fundamentais com números naturais explorando estratégias diversificadas do cálculo mental dentro das operações fundamentais. As situações são orientadas com balões de fala, esclarecendo cada estratégia, o que sem dúvida, ressignifica, auxilia e incentiva a prática do cálculo com segurança.

Algumas situações apresentadas pelo autor:

1ª situação:

237 + 143
Somo 237 + 100 = 337
Somo 337 + 40 = 377
Somo 377 + 3 = 380
Logo, 237 + 143 = 380

857 – 239
Como 239 = 200 + 30 + 9,
Tiro 200 e fico com 657,
Tiro 30 e fico com 627,
Tiro 9 e fico com 618.

2ª situação:

564 – 99
Tiro 100 e depois somo 1
464 + 1 = 465
Logo, 564 – 99 = 465

18 x 50 = 18 x 5 x 10
= 90 x 10
= 900

3ª situação:

Se 42 : 7 = 6, então:
420 : 7 = 60
420 : 70 = 6
4200 : 7 = 600

369 : 3 = (300 + 60 + 9) : 3
300 : 3 = 100
60 : 3 = 20
9 : 3 = 3
100 + 20 + 3 = 123.
Logo, 369 : 3 = 123

5 – Coleção E

O cálculo mental desenvolvido nesta coleção está presente somente no livro do 6º ano, de forma breve, dentro do capítulo de estudo da adição e subtração de números naturais, com a apresentação de estratégias que abrangem desde a adição mental dos fatos por meio da decomposição, as subtrações mentalmente usando a idéia de completar e também adições em resolução de probleminhas. O autor do livro afirma que o cálculo mental é rápido e as passagens acontecem em nossa mente.

Observando essas análises pode-se evidenciar que o procedimento de fazer cálculo mental quando abordado nos livros didáticos se referiram quase exclusivamente às operações aritméticas com números naturais. No entanto, esses cálculos podem ser ampliados aos outros conjuntos numéricos e em atividades de Geometria, como no caso de somas de

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ângulos internos de um polígono, cálculo de área, soma de medida de segmento em atividades envolvendo unidade de medidas e outros.

As crianças geralmente têm muita dificuldade de memorizar os algoritmos e fórmulas das operações com frações, e também em compreendê-los. Um trabalho que visa investigar as estruturas matemáticas presente em tais operações poderia beneficiar o desenvolvimento de estratégias para operar sem as utilizações dos algoritmos padrões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das obras permite considerar que o uso do cálculo mental na sala de aula, tem nos livros didáticos um espaço limitado e isolado da apresentação dos conteúdos curriculares. Das cinco coleções a de número três foi a que mais apresentou atividades envolvendo o cálculo mental.

Os alunos no ambiente escolar, como aborda a pesquisadora em Didática da Matemática e formadora de professora Strarepravo (2009) em seu livro – Jogando com a Matemática: números e operações – precisam ser incentivados e desafiados ao mesmo tempo, frente ao fazer matemático, pois só assim eles se desenvolvem cognitivamente. Um trabalho sistematizado com o cálculo mental pode premiar todo o ensino da aritmética e se expandir para o cálculo envolvendo a álgebra como exemplo soma de polinômios e a Geometria com a soma de ângulos.

O papel do professor no atual contexto social reside em desenvolver a autonomia do educando, para que o mesmo se torne um cidadão crítico, participativo e criativo. O cálculo mental quando bem trabalhado incorpora essas e muitas outras habilidades específicas da Matemática ao desenvolvimento do pensamento lógico do educando.

RFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Básica. ***Guia do livro didático 2008***: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2006.

_____. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais***. v. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

GENTILE, Paola; GURGEL, Thaís. Conta de Cabeça. ***Revista Nova Escola*,** Paraná, n. 201. p. 62-72, abr. de 2007.

MALDANER, Anastácia. ***Cálculo Mental***: construindo competências. Disponível em:<*www.forummundialeducacao.org/.../pdf_CALCULO_MENTAL_CONSTRUINDO_COM*

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

PETENCIAS.pdf -2008. Acesso em: 20 mar.2010.

PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. ***Didática da Matemática***: reflexões psicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PONTE, João Pedro; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. ***Investigações matemáticas na sala de aula***. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RIBEIRO, Raquel. Cálculo mental: quanto mais diversos os caminhos, melhor. ***Revista Nova Escola***, Paraná. ano 2005, abr. de 2007.

STAREPRAVO, Ana. R. ***Jogando com a matemática***: números operações. Curitiba: Aymará, 2009.

ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

O CURRÍCULO EM REDE E A TRANSVERSALIDADE COMO ELEMENTOS DE TRANSFORMAÇÃO DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Vlademir Fernandes de Oliveira JÚNIOR – FAROL/Pós-Graduando
(vlademirfernandes@hotmail.com)

RESUMO

Este artigo tenta mostrar como a necessidade de respostas aos problemas emergentes na pós-modernidade instigou a crítica do conceito da disciplina e do método cientificista (da especialização) resultando como opções de novos paradigmas, entre outros, a interdisciplina e a transversalidade, ambas comprometidas com o ideal de integração e interligação dos saberes sendo que a transversalidade mais radical quando extingue completamente qualquer idéia de disciplina. Esse movimento provocou pensadores à busca de novas perspectivas para a Educação em Geral e para Educação Matemática. Desta forma, os debates referentes ao currículo não poderiam ficar de fora e a proposta de trabalho baseado no currículo em rede foi lançada com muita propriedade. Assim, novas correntes metodológicas também se formaram, o que, por sua vez, passou a exigir mais dos professores em termos de atualização ou mesmo transformação didática. Deste modo, a nova perspectiva do currículo em rede mostra-se eficiente para a prática educativa em nossa época.

PALAVRAS-CHAVE: Currículo em Rede; Transversalidade; Didática da Matemática.

PERCURSO HISTÓRICO, EPISTEMOLÓGICO, FILOSÓFICO, POLÍTICO E PEDAGÓGICO DOS CONCEITOS DE DISCIPLINA, INTERDISCIPLINA E TRANSVERSALIDADE

O conceito de disciplina na ciência foi moldado desde tempos muito remotos. Na verdade esse foi um caminho que podemos supor quase inevitável nos rumos do desenvolvimento do conhecimento, pois a experiência inicial que o homem tinha em almejar compreender as coisas por completo já não era alcançada por diversas dificuldades e mesmo quando as realidades podiam ser "abarcadas" mostravam distinções, nuanças. O caminho encontrado para equacionar esta aparente contradição foi considerar que analisando as partes do todo o conhecimento progredia paulatinamente em direção a um entendimento mais integral e de forma que minimizou as limitações que antes existiam. Assim, o recorte de um campo de "experimentação" ou de "saber" ficou definido como disciplina. Santomé conceitua disciplina como:

> Uma disciplina é uma maneira de organizar e delimitar um território de trabalho, de concentrar a pesquisa e as experiências dentro de um determinado ângulo de visão. Daí que cada disciplina nos oferece uma imagem particular da realidade, isto é, daquela parte que entra no ângulo de seu objetivo (SANTOMÉ, 1998, p. 55).

Com o advento da ciência moderna e com toda aquela efervescência no início do século XIX fomentada pela revolução industrial, associada às transformações sociais nos países europeus mais desenvolvidos, foram surgindo várias especializações que respondessem à demanda da complexidade de saberes que estavam sendo produzidos. Então, a filosofia da especialização estava estabelecida como metodologia científica.

O desenvolvimento da ciência do século XVII ao século XX foi sem dúvida esplêndido. Em todos os aspectos tanto quantitativos como qualitativos. A compartimentação e a especialização permitiram um avanço em cada área do saber para níveis altíssimos. Vislumbramos o surgimento da alta tecnologia, de variados procedimentos e técnicas na Medicina, Engenharia e na Indústria, enfim, avanços que se não estivéssemos historicamente tão próximos dessa época talvez não acreditaríamos. Contudo, esta dinâmica escondia alguns entraves que deverão ser questionados ao longo dos tempos.

Os primeiros pensadores que questionaram esta metodologia observaram que ela trilhava o caminho do paradigma positivista que firmava condições rígidas para definir um corpo de conhecimento científico. O paradigma era cientificista baseado na observação e experimentação. O racionalismo passa a dominar as principais conceituações. Entre as críticas deste método está a obra *Dialética do Iluminismo* de Theodor Adorno e Max Horkheimer que traduz a degeneração à qual chegara o pensamento Iluminista: "[...] do seu nascimento e potencial libertador, à conversão em uma lógica e uma ideologia dominante de supercontrole, negação do pensamento crítico, dominação e redução de todo fenômeno a uma ordem preestabelecida" (SANTOMÉ, 1998, p. 57).

As críticas cada vez mais fortes apontavam para uma involução da ciência, pois seus métodos estavam distanciando-a do serviço à humanidade. A ciência apesar de ser uma criação humana parecia estar ganhando autonomia e se afastando dela.

A Pedagogia moderna se desenvolveu a partir das propostas filosóficas e epistemológicas da disciplinaridade, ou seja, a partir da aplicação do conceito de disciplina. Assim, a organização curricular se adaptou de modo excelente com este modelo, os professores se especializaram, o material didático se especializou e o espaço pedagógico também. A fragmentação do saber permitiu a fragmentação do tempo escolar em aulas. Ainda mais, o rígido controle passou a existir. Assim, no currículo disciplinar tudo poderia ser controlado: o professor, o aluno, o tempo, a velocidade da aprendizagem além de tudo poder ser avaliado também: o desempenho do aluno, do professor, dos materiais didáticos. Podemos tirar como arremate que o currículo disciplinar serve aos requisitos básicos da tendência cientificista baseada na disciplinaridade.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Por este ângulo podemos perceber inicialmente a importância da perspectiva do currículo. Tal perspectiva será norteadora do modo como o ensino será executado e para qual objetivo ele apontará. Um currículo baseado na disciplinaridade pode ser considerado arcaico, pois as próprias críticas desse método científico já apontaram, há bastante tempo, que é necessário haver uma abordagem diferente e mais plena para a ciência. A Pedagogia mostrará em suas novas tendências outros horizontes curriculares que são alternativos a esta proposta cientificista.

O aspecto político que envolve toda dinâmica curricular especificamente é marcado por uma relação de poder e controle quando o currículo é organizado disciplinarmente. Segundo Sílvio Gallo:

> Controlar o acesso aos saberes, controlar aquilo que se sabe e aquilo que não se sabe é um dos mais fortes (embora mais dissimulados) exercícios de poder da modernidade. E uma das principais ferramentas para o exercício desse poder foi e tem sido a escola, através do currículo disciplinar (*apud* CANDAU, 2000).

Uma comprovação mais latente e mais contextualizada à nossa realidade brasileira da influência política na educação é apontada por Maria Zuleide da Costa Pereira. Na introdução do capítulo 1, do seu livro "Políticas educacionais e (re) significações do currículo", Maria Zuleide fala do ideário neoliberal no cenário global na década de 70 e sua posterior influência nas políticas brasileiras. A perspectiva neoliberal trazida nos governos de Fernando Collor de Mello (1990-1991) e Fernando Henrique Cardoso (1994-2002) contribuiu para a precariedade do mercado de trabalho no Brasil além de aumentar as desigualdades sociais. Tais desordens na sociedade já foram comprovadas pelos relatórios sobre o IDH do país (publicados em 2006) que mostram o aumento significativo das desigualdades sociais na área do desenvolvimento social. Assim, neste contexto de desigualdades sociais é que as políticas educacionais brasileiras se contextualizam. Elas passam a ser cooperadoras de um projeto internacional mais amplo. Essa conjuntura de crise na sociedade, orquestrada pelo posicionamento político, afetou diretamente a qualidade do ensino público do Brasil que presencia um processo de desqualificação constatado seja pelos altos índices de evasão escolar ou pelo grande número de repetência. Apesar desta grande crise na educação, pouco se tem observado quanto a relação política-educação, pois se realmente se quer trabalhar de modo efetivo para a consolidação de políticas educacionais eficientes a questão das desigualdades sociais, o desemprego, o empobrecimento do povo, a precarização do trabalho são fatores relevantes a serem questionados.

O conceito de interdisciplinaridade passa a ser considerado como alternativa à disciplinaridade para atender as novas exigências da humanidade no momento em que os

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

novos desafios não puderam ser respondidos pela metodologia cientificista. O próprio saber científico foi sendo desgastado. Problemas começaram a surgir e não puderam ser respondidos simplesmente pela especialidade de uma única ciência. Por exemplo, um acidente ecológico evoca auxilio da Biologia, Química, Física, Matemática, Geografia, Política, etc. Os novos paradigmas científicos procuraram preencher esta deficiência apontando como solução uma espécie de inter-relação mais próxima entre as disciplinas. Caminhar por entre as fronteiras das disciplinas foi tarefa de alguns cientistas e dessa exploração surge o conceito de interdisciplinaridade. Esta idéia se tornou complexa e várias outras propostas foram feitas como meio de conectar as diversas ciências e propiciar uma comunicação mais eficaz.

Em sua aplicação no âmbito da Pedagogia, a interdisciplinaridade é uma proposta de alterar o modo de educação que estava articulado na disciplinaridade e que também apresentou problemas. O método educacional pautado na disciplinaridade, compartimentando o saber em um currículo fechado e aplicado em aulas estanques estava fadado a reproduzir as mesmas lacunas observadas no método científico em geral. Os alunos não conseguiam inter-relacionar os conhecimentos e fazer conexões até mesmo entre disciplinas afins como a Matemática e a Física, Geografia e História. A interdisciplinaridade, então, foi justamente apresentada como uma proposta de mudança no modo de trabalho pedagógico que mudasse essa problemática dando novas perspectivas para a produção do saber de forma mais holística, integrada e completa.

A Transversalidade surge como meio de romper completamente e de forma mais radical com a idéia disciplinar. Alguns questionam que até mesmo a interdisciplinaridade está baseada na disciplinaridade e não dá conta de romper significativamente com os ranços dela, portanto, não oferece uma estrutura de mudança e sim de mera adaptação. O currículo interdisciplinar, pluridisciplinar, transdisciplinar, continua a ser baseado num currículo disciplinar.

A transversalidade quer progredir, conforme Sílvio Gallo afirma (*apud* CANDAU, 2000), do modelo científico disciplinar ilustrado pela metáfora da árvore do conhecimento que mostra os saberes hierarquizados e rígidos. Nesta concepção os conhecimentos começam pela raiz (mitos), passando pelo tronco (filosofia), os saberes se dividem formando galhos de especialidades. Os caminhos e fluxos entre os galhos são pré-definidos e poucos, pois para passar de um galho a outro há um retorno e um contorno para se alcançar outra parte do saber.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

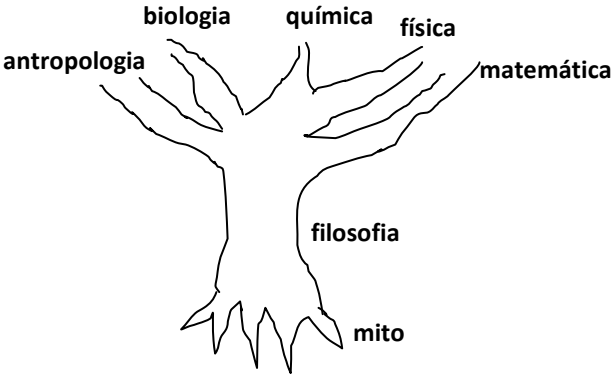


Figura 1: Árvore do conhecimento

Para a concepção ilustrada pelo modelo do rizoma[15].

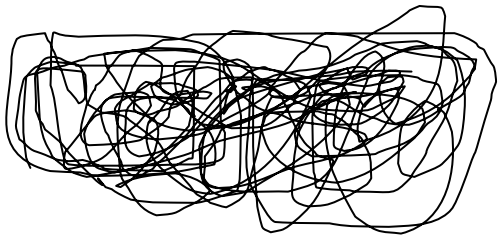


Figura 2: O mapa rizomático dos saberes

Que entende o conhecimento como um "bolo" de fios e nós, sem começo e sem fim, onde a interligação não é forçada, mas sim um aspecto natural onde teremos infinitas possibilidades de transitar pelos saberes sem a hierarquia rígida. Assim, é a concepção de transversalidade. Essa concepção seria justamente a forma de transitar entre os saberes, estabelecendo cortes transversais que articulam vários campos ou áreas do conhecimento. Esta idéia não tem relação com a noção dos temas transversais dos PCNs que são apenas cortes temáticos que perpassam entre as disciplinas. Conforme Sílvio Gallo: "A transversalidade, [...], implica uma nova atitude frente aos saberes, tanto na sua produção quanto na sua comunicação e aprendizado" (*apud* CANDAU, 2000).

O CURRÍCULO EM REDE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O currículo em rede é uma tentativa de desvinculação da educação pautada pela estrutura da disciplinaridade rígida. O currículo em rede promove integração entre os elementos de um campo conceitual bem como entre outros campos conceituais de outros saberes. Assim, na Matemática, seria levado em conta os vários elementos internos (seus

[15]Pelo Novo Dicionário Eletrônico Aurélio versão 5.0. Rizoma. 1.Bot. Caule radiciforme e armazenador das monocotiledôneas, que é ger. subterrâneo, mas pode ser aéreo. Caracteriza-se não só pelas reservas, mas também pela presença de escamas e de gemas, sendo a terminal bem desenvolvida: comumente apresenta nós, e na época da floração exibe um escapo florífero. Em pteridófitos tropicais há rizomas aéreos. O gengibre e o bambu têm rizoma. Deleuze e Guattari utilizaram este modelo para comentar as possibilidades infinitas de um livro, se ele não for tomado numa estrutura clássica e hierárquica de capítulos.

Anais da X Semana de Matemática - X SEMAT - ISBN 978-85-7764-034-8

objetos, suas representações e teoremas) assim como a Matemática com outras áreas do conhecimento humano.

Essa concepção de currículo em rede ganha credibilidade a partir do momento oportuno pelo qual passa o pensamento pedagógico quando as tendências realmente apontam neste sentido de reorganização curricular e de prática pedagógica em busca da solução dos problemas de fragmentação e compartimentalização do conhecimento que tanto foram abordados anteriormente. Cristiano Alberto Muniz explica que:

> A fragmentação dos conteúdos, a linearidade em forma de pré-requisitos, a não-transposição de conhecimentos de uma situação para outra (os conhecimentos são ilhados, não favorecendo a transposição de saberes), o conhecimento construído em contextos que não permitem ao aluno ver a possibilidade de sua aplicação na realidade (o conhecimento é de tal forma esfacelado e desconfigurado, que o aluno não sabe como reordená-lo, reorganizá-lo, reintegrá-lo a situações reais) e o ensino da Matemática como disciplina formal são alguns dos problemas citados até o presente momento que impulsionaram educadores de Matemática, como D'Ambrósio e Machado, a proporem uma educação Matemática mais articulada, dinâmica, mais significativa em relação aos contextos culturais (BRASIL, 2008, p. 143).

O currículo em rede busca a ruptura com as fronteiras das disciplinas, permitindo maior integração entre os saberes possibilitando maior capacidade para se resolver situações-problemas que a realidade nos traz, que já não podem ser considerado unicamente sob o ponto de vista de uma única área de conhecimento. A competência do aluno em resolver situações-problema mostra sua capacidade de transitar por entre as áreas de conhecimento fazendo conexões verdadeiras entre elas.

NOVAS PERSPECTIVAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA BASEADA NO CURRÍCULO EM REDE

A própria necessidade de respostas aos problemas emergentes na pós-modernidade, que instigou a crítica quanto à disciplina, interdisciplina e transversalidade, provocou pensadores à busca de novas perspectivas para a Didática da Matemática. Aquela didática baseada na retransmissão de conteúdos disciplinares fragmentados e mortos não serve mais para a nova configuração de nossa sociedade. Os problemas cada vez mais complexos exigem uma educação matemática cada vez mais holística e integrada com outras áreas do conhecimento. Assim, novas correntes metodológicas se formaram para atender esta necessidade, o que, por sua vez, passou a exigir mais dos professores.

Dessa forma, a primeira mudança deve ser efetuada no próprio professor. Ele deve mudar sua postura quanto ao método de ensino. Enquanto a visão de retransmissão de conteúdos fragmentados, de currículo fechado, de isolamento na própria disciplina estiver

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

presente em sua prática educativa, pouca contribuição ele dará para a melhoria na qualidade do ensino concebido pelos olhares contemporâneos.

Uma perspectiva interessante para didática matemática diz respeito à resolução de situações-problema que é um dos principais elementos que conecta a Matemática com o contexto do aluno e com outras áreas do saber. A problematização já foi defendida por muitos estudiosos como metodologia viável para a construção do conhecimento matemático, além disso, a abordagem da situação-problema é mais ampla, pois ela trabalha diretamente a favor da contextualização e significação do ensino e contra a fragmentação. Numa situação-problema uma série de conceitos são evocados, diversos conhecimentos abordados e vários pensamentos contrastados. Essa riqueza de alcance de uma situação-problema prepara o aluno para os reais dilemas da contemporaneidade.

Para se resolver situações-problema, pode-se utilizar a chamada modelagem matemática que nada mais é do que expressar os problemas do nosso meio em linguagem matemática. Para qualquer problema é exigido uma formulação matemática detalhada, nesta perspectiva, o conjunto de elementos, símbolos e relações matemáticas que tentam traduzir uma situação-problema denomina-se modelo matemático. A utilidade da modelagem está no fato de ela trazer maior significado às relações e operações matemáticas que se utilizam para a resolução dos problemas. O conteúdo ganha significado facilitando ao aluno a compreensão.

A Etnomatemática é outra tendência na perspectiva metodológica. Seu precursor no Brasil, Ubiratan D'Ambrosio, afirma:

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 09).

De acordo com a visão da Etnomatemática a escola deve respeitar as raízes culturais de cada aluno. Ao ensinar Matemática deve haver um olhar especial para considerar o conhecimento prévio do aluno para a partir de então direcioná-lo na construção de novos conhecimentos. Essa atitude considera de modo feliz as experiências de vida dos alunos fazendo-os se sentirem e serem participantes imediatos da construção do conhecimento matemático. Tal abordagem tem sua maior eficácia principalmente quando o ensino é direcionado a jovens e adultos que já tiveram tempo e experiências de vida em seus grupos sociais.

Temos ainda a tendência da História da Matemática. Os temas e conceitos matemáticos quando trabalhados a partir de seu contexto histórico, considerando toda a

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

dinâmica que cercava a vida e obra dos pensadores traz um maior entendimento dos ideais e dos objetivos em se desenvolver determinado algoritmo, ou procedimento matemático. Nesta perspectiva a matemática também se torna mais "humanizada" e próxima de nossa realidade e alcance. Os autores MIGUEL e MIORIN consideram que:

> Dessa forma, podemos entender ser possível buscar na História da Matemática apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, por exemplo; (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemáticas; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL; MIORIN, 2004, p. 53).

Por fim, temos as Mídias Tecnológicas que auxiliam na resolução de situações-problemas por meio de calculadores, internet, softwares educacionais etc. Contudo, a introdução do computador no ambiente escolar não é fácil para os professores, pois requer uma nova abordagem didática, preparo e dedicação. Além do mais, na atual conjuntura no estado de Rondônia, os laboratórios de informática nas escolas, quando existem, sofrem com o abandono por falta de profissionais técnicos contratados para sua manutenção e cuidado dos mesmos. Os professores, quando desejam realizar atividades com o computador, têm que individualmente se dispor a fazer pequenos reparos nas máquinas, organizar os equipamentos, fazer instalação de programas e vários outros serviços específicos da área técnica, o que, dificulta ainda mais o trabalho com essa mídia por parte dos professores que tem um conhecimento ainda básico em informática.

Todas estas perspectivas têm função dupla e recíproca na educação matemática, pois são requisitadas como ferramentas didáticas para suprir a necessidade contemporânea e, ao mesmo tempo, contribuem para a construção do currículo em rede e ajudam na construção de um currículo mais dinâmico e menos fragmentário quando se articulam coerentemente.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

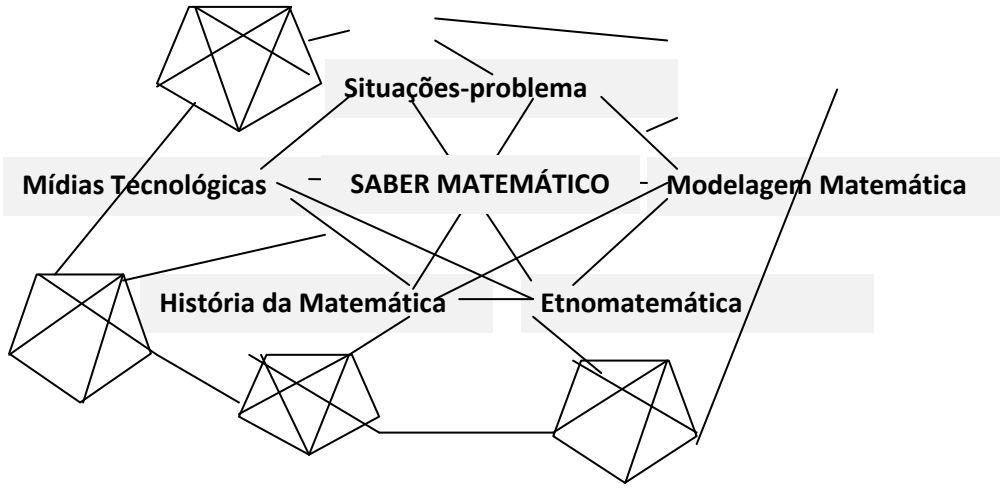


Figura 3: O saber matemático mediante as perspectivas didáticas no currículo em rede

A EFICÁCIA DA DIDÁTICA DESENVOLVIDA NO CURRÍCULO EM REDE: UMA EXPERIÊNCIA NA E.E.E.F.M. 31 DE MARÇO

Foi desenvolvido um projeto curricular em rede com alunos do 6º ano do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio 31 de Março durante o período da Copa do Mundo da FIFA 2010. Este projeto será descrito sinteticamente aqui juntamente com os resultados apresentados.

O projeto de minha autoria foi intitulado "A Matemática e o Brasil na Copa". O público alvo foram cerca de 100 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Os conteúdos explorados foram: Números decimais, Porcentagem, Possibilidades, Noções de Estatística, Geometria: formas e figuras. Ter realizado um projeto como este naquela época foi aproveitar um evento tão grandioso para o Brasil e o Mundo como a Copa do Mundo FIFA 2010 na África do Sul como instrumento de motivação e contextualização para desenvolver as competências curriculares. O tema da Copa do Mundo foi utilizado para trabalhar a Matemática através da proposta do currículo em rede. Assim, os assuntos estudados em sala tinham um plano de fundo que possibilitou ao estudante ver maior significação, aplicação e inter-relação deles permitindo uma aprendizagem contextualizada, interessante e com maior aproveitamento.

O objetivo geral do projeto era compreender os conceitos de Matemática de forma contextualizada de modo que ampliasse a capacidade dos estudantes de interpretação e resolução de situações-problema. Os objetivos específicos foram: Fazer operações com números decimais; Desenhar formas e figuras geométricas; Identificar formas e figuras geométricas; Calcular área do retângulo; Calcular porcentagens; Calcular possibilidades; Criar

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

gráficos e tabelas; Interpretar gráficos e tabelas; Utilizar a estatística para traçar perfis de grupos; Aprendizado objetivo dos conceitos abordados.

A metodologia seguiu o exposto na tabela abaixo.

O QUE FARÁ (Principais atividades)	**COMO FARÁ**	**OBJETIVO ESPECÍFICO QUE ATENDE**
Construção do gráfico que representa o IDH de países africanos	Os estudantes, após terem analisado tabela sobre o IDH de países africanos terão o encargo de construir um gráfico desses valores.	Criar gráficos e tabelas; Interpretar gráficos e tabelas; Utilizar a estatística para traçar perfis de grupos
Cálculo da população urbana de Botsuana no ano de 2007	Os estudantes, após terem se familiarizado com o conceito de fração, realizarão o cálculo com base nos dados fornecidos.	Calcular porcentagens
Probabilidade de classificação do Brasil na primeira fase	Os estudantes utilizarão material concreto para fazer, chão da sala, a formação das possíveis classificações no grupo G. Após este manuseio com material concreto, os estudantes anotarão em papel as possibilidades e farão os cálculos.	Calcular possibilidades
Desenho do campo de futebol em escala respeitando as medidas oficiais	Os estudantes analisarão o conceito de escala. Escolherão a escala mais adequada. E iniciarão do desenho do campo em papel sulfite respeitando a escala.	Desenhar formas e figuras geométricas
Desenho da bandeira do Brasil respeitando as regras definidas em lei	Os estudantes analisarão as informações sobre a determinação em lei sobre as medidas da bandeira e reproduzirão a bandeira em desenho em papel sulfite respeitando tais medidas.	Desenhar formas e figuras geométricas
Apresentação da pesquisa sobre a bola utilizada na Copa – ***Jabulani*** e sobre a bola que foi preparada exclusivamente para a final da Copa a ***Jo'bulani***.	Serão formados grupos de quatro estudantes que pesquisarão sobre a bola da Copa, a Jabulani. Esta pesquisa deverá ser feita utilizando a internet. Os estudantes poderão fazer cartazes, mostrar fotos ou vídeos dela. Será realizado um breve debate sobre a opinião dos atletas e dos cientistas quanto a qualidade e eficácia da bola.	Identificar formas e figuras geométricas
Avaliação objetiva	Será realizada no dia 01 de julho para observação do aprendizado objetivo dos conceitos: números decimais e operações, cálculo de porcentagem, cálculo de possibilidades, noções de estatística: construção de gráficos e tabelas, Geometria: formas e figuras: ponto, reta, plano, cálculo da área do retângulo.	Aprendizado objetivo dos conceitos abordados

As metas foram: 1) 70% de aprendizagem dos conteúdos ministrados. 2) Elevar a média bimestral da classe 6° ano em 10%.

A avaliação seria feita da seguinte forma: 1) Aprendizagem objetiva. Avaliação objetiva escrita dos temas trabalhados. Será realizada no dia 01 de julho. Os indicadores serão notas de 0 (zero) a 10 (dez). 2) Melhora das médias. Comparação do resultado pelo quadro demonstrativo de resultados do segundo bimestre em comparação aos dados do PPE de 2009. Os indicadores serão porcentagens que expressem o quanto as notas dos estudantes de cada turma "melhoraram" ou não em relação às do ano de 2009. 3) Cumprimento dos objetivos específicos. Avaliação contínua por meio da observação da participação e análise do portfólio

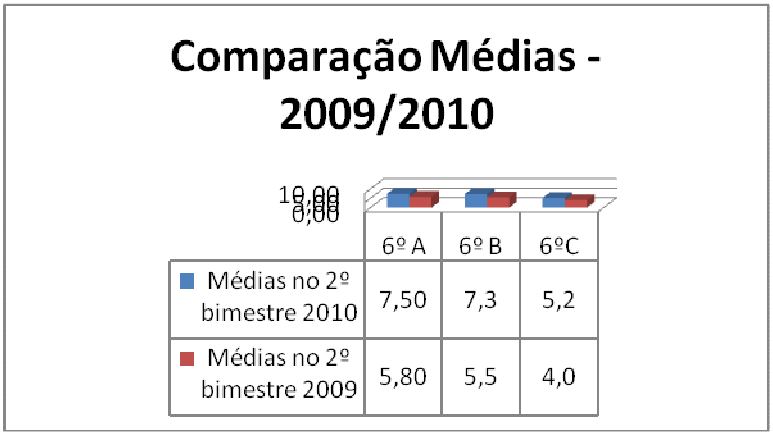
Anais da X Semana de Matemática - X S E M A T - ISBN 978-85-7764-034-8

ISBN 978-85-7764-034-8

dos estudantes.

Considerações: O tempo para execução do cronograma do projeto mostrou-se na prática bastante exíguo, pois o clima de copa promoveu certa agitação na vida dos estudantes e na da escola também. Devido aos jogos alguns horários tiveram que ser modificados e especificamente no dia 28/06/10 que foi o jogo do Brasil contra o Chile nas oitavas de final o horário das aulas foi especial, o que, de certa forma, afetou a concretização do projeto conforme as expectativas. *Prática*: A prática das atividades transcorreu, de modo geral, muito bem. Não será abordada aqui detalhadamente. *Resultados*: Os resultados foram satisfatórios levando-se em conta a brevidade do projeto e as condições circunstanciais às quais ele foi inserido.

Comparação das médias do 2º bimestre das turmas dos 6ºs anos em 2010 e 2009



Nitidamente podemos perceber que houve uma melhora, de modo geral, no perfil das turmas de 2009 para 2010, as médias das turmas cresceram mais ou menos a um mesmo nível, em torno de 30%. Não seria possível dizer objetivamente que essa melhora se deveu exclusivamente ao trabalho desenvolvido no projeto, mas também não poderíamos dizer que ele não foi peça fundamental na conquista desses melhores resultados. Certamente sua contribuição foi significativa e mostrou-se uma alternativa de sucesso para atender as necessidades educacionais daquela comunidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando se percebe que o modo de produção do conhecimento não está mais atendendo às necessidades a que se propõe de modo pleno é necessário uma tomada de atitude no sentido de realizar as devidas alterações. Foi isso que aconteceu na nossa pós-modernidade. O paradigma antigo já não respondia aos novos desafios globais. Uma postura de integração e interligação entre os saberes é requisito para a continuidade e contribuição para o progresso. Essa filosofia alcança diretamente a educação em geral e a Educação

Matemática que se vê diante de grandes desafios também, contudo, corresponde a estes desafios quando decide trabalhar com o currículo em rede. Esta opção supre justamente os anseios atuais por uma educação de qualidade que considere a contextualização, a integração com as demais áreas do conhecimento, a significação do que é estudado, além das novas perspectivas didáticas que brotam a partir do currículo em rede e que são reciprocamente peças fundamentais para a própria produção de um currículo mais dinâmico.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 – ***TP1: Matemática na alimentação e nos impostos***. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

COSTA, Maria Zuleide da; MOURA, Arlete Pereira (Orgs.). ***Políticas educacionais e (re) significações do currículo***. Campinas: Alíneas, 2006.

CANDAU, Vera Maria (org.). ***Linguagens, espaços e tempos no ensinar e aprender***. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Etnomatemática***: Elo entre as tradições e a modernidade. São Paulo: Autêntica, 2005.

FAZENDA, I. C. A. ***Interdisciplinaridade***: um projeto em parceria. São Paulo: Loyola, 1999.

FERNANDES, Cláudia de Oliveira; FREITAS, Luiz Carlos de. ***Indagações sobre currículo***. organização do documento: Jeanete Beauchamp, Sandra Denise Pagel, Aricélia Ribeiro do Nascimento. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. ***História na educação matemática***: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

RAMOS, Jucelem Guimarães Belchior [et al.]. ***Didática***. Manaus: UEA, 2007.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. ***Globalização e interdisciplinariedade***: o currículo integrado. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ETNOMATEMÁTICA NO CURSO SUPERIOR PARA INDÍGENAS: POSSIBILIDADES DE DIÁLOGO ENTRE CONHECIMENTO ESCOLAR E SABER/FAZER

Juliete Reis STEIN – UNIR/PIBIC/CNPq
(julietestein@yahoo.com.br)
Aparecida Augusta da SILVA – UNIR
(augusta_unir@hotmail.com)

RESUMO

Este trabalho retrata a pesquisa desenvolvida por meio do Programa Institucional de Bolsa a Iniciação Científica – PIBIC/2009-2010, em que se buscou investigar as concepções, *a priori*, de matemática dos alunos do Curso de Licenciatura em Educação Básica Intercultural por meio do vestibular. A pesquisa teve abordagem qualitativa (MINAYO, 2004), contou com auxílio de recursos numéricos e aporte teórico da Etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 2002). As discussões apresentadas servem como apontamentos para o trabalho docente numa perspectiva Intercultural no contexto amazônico, na qual a Etnomatemática apresenta-se como possibilidade de diálogo entre o conhecimento matemático escolar e saber/fazer indígena.

PALAVRAS-CHAVE: Saber/fazer Indígena; Conhecimento Matemático Escolar; Etnomatemática.

INTRODUÇÃO

Na última edição do Programa Institucional de Bolsa a Iniciação Científica – PIBIC/2009-2010 desenvolveu-se o projeto *A busca do diálogo na interculturalidade: impactos culturais e relações dialógicas*, sob coordenação e orientação da Professora Aparecida Augusta da Silva. Para alcançar seus objetivos o projeto foi subdividido em três subprojetos. A presente discussão é fruto do subprojeto *A Etnomatemática do saber indígena: a busca do diálogo entre conhecimento escolar e saber/fazer no vestibular do curso de Licenciatura em Educação Básica Intercultural,* desenvolvido pela acadêmica Juliete Reis Stein, que continua atuando no projeto na edição PIBIC/2010-2011. Neste sentido, esse artigo aborda as principais discussões dessa primeira fase da pesquisa.

MOTIVOS QUE NOS LEVARAM A DESENVOLVER A PESQUISA

A cultura indígena tem sido alvo de muitas pesquisas, inúmeros são os estudiosos que se dedicam a investigar os hábitos, costumes, trabalho, organização, religiosidade e outras especificidades desse universo diferente e peculiar. O Estado de Rondônia é rico em

diversidade étnica e configura uma realidade plural, fato que desencadeia a busca pela compreensão da alteridade.

Apesar das pesquisas existentes na área, há uma gama de aspectos passíveis de investigação, principalmente no tocante ao conhecimento matemático desses povos - saberes ainda carentes de atenção e estudos.

A constituição de 1988 tornou a educação escolar indígena política pública no país, esta conquista impulsionou a reivindicação dos povos indígenas em prol da educação escolar, fato que em Rondônia culminou no projeto *Açaí nas Aldeias*[16] atingiu na primeira turma aproximadamente cento e vinte (120) profissionais indígenas.

Entretanto, a necessidade por formação continuada é expressa pelos professores indígenas que demonstram preocupação e relação aos seus conhecimentos matemáticos:

> ... apesar de ter alguns anos que venho lutando, trabalhando, querendo aprender, querendo ensinar, eu ainda tenho muita dificuldade na Matemática, eu não vou mentir. Realmente a Matemática é uma coisa muito difícil para nós, não sei até que tempo nós vamos começar aprender e a lidar com ela. Sabe por quê? Um dos nossos assessores, não vou falar o nome, e também alguns dos cursos de nossa formação, falaram assim: vocês estão começando ensinando os alunos errado, vocês colocam um número solto e o aluno vai fazer a soma, vocês não estão ensinando nada, porque isso não significa nada. Tem que ter alguma objetividade para a Matemática, por exemplo, 149 + 149 o que é isso? Eu fiquei pensando, fiquei atrapalhado, porque o básico da Matemática que eu ensinava era sempre preencher um monte de continha para o aluno resolver, então realmente o aluno resolve tudinho, só que ele resolve aquele problema, mas ele não sabe qual é o problema que ele está resolvendo. Então isso me deixa pensando qual é a maneira correta para trabalhar com Matemática (SILVA, 2008, p.50).

O pensar em torno do problema apresentado pelo professor indígena instiga a pesquisa na formação matemática oferecida pelo curso de Licenciatura em Educação Básica Intercultural pela Fundação Universidade Federal de Rondônia. Dessa forma surge a questão de como trabalhar o conhecimento matemático em um curso superior de modo a responder as questões trazidas pelos professores indígenas.

Na busca por essa resposta investigou-se as concepções *a priori* de conhecimentos matemáticos que os indígenas trouxeram e procurou-se entender as relações estabelecidas entre o saber/fazer do grupo e o conhecimento escolar, nesse caso os ligados à matemática. Dessa forma, o projeto visou contribuir com a construção do diálogo entre os conhecimentos matemáticos ligados a Universidade e os conhecimentos indígenas.

OBJETIVOS DA PESQUISA

O Projeto Pedagógico do curso de Licenciatura em Educação Básica Intercultural

[16] Curso oferecido pela SEDUC/RO aos professores indígenas do Estado de Rondônia.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

propõe quatro habilitações, sendo uma delas Ciências da Natureza e da Matemática Intercultural, dessa forma, ao longo do curso serão oferecidas várias disciplinas na área de matemática. Assim, intentou-se uma discussão entre as formas de conhecimentos que perpassarão a formação matemática dos professores indígenas, ou seja, instaurar o diálogo entre os conhecimentos matemáticos acadêmicos e o saber/fazer do grupo.

Na busca em estabelecer o diálogo entre estes dois universos distintos, entendeu-se necessário uma investigação sobre as concepções *a priori* de matemática que esse aluno traz. Desta forma o grupo procurou conhecer os resultados do primeiro encontro da Universidade com os indígenas, que se configura no vestibular, momento em que o candidato se depara com a necessidade de entender e fazer-se entender. Para tanto, optou-se por investigar as respostas da única questão dissertativa na área, que além de permitir a diversidade de respostas também contou com a participação da coordenadora da pesquisa na elaboração e correção da mesma.

O cerne da questão esteve em tentar conhecer impressões, a *priori,* que o grupo traz a respeito da matemática, além de investigar aspectos que referem a cultura do grupo e a cultura escolar. Dessa forma, o projeto vislumbrou entender a concepção de matemática que esses vestibulandos constituíram ao longo da vida escolar.

NAS TRILHAS DA PESQUISA

Nos últimos anos a pesquisa qualitativa tem ganhado força nos estudos ligados à Educação por ser promissora em suas possibilidades de estudo. Neves elenca como principais características desta abordagem a descrição, a preocupação do investigador com o significado que as pessoas dão às coisas e o ambiente natural como fonte direta de dados (NEVES, 1996).

Em complemento Paulilo[17] concebe a investigação qualitativa como uma abordagem alicerçada a valores, crenças e hábitos, na qual trabalha o subjetivo e o simbólico, configurando um estudo interpretativo da realidade estudada. Porém, as interpretações podem dar origem a novos estudos, uma vez que a pesquisa não representa algo pronto e acabado, mas sim a interação entre pesquisador e pesquisado para juntos buscarem a compreensão da problematização estabelecida.

Neste sentido a presente pesquisa configurou-se no campo das Ciências Humanas e teve abordagem qualitativa, pois almejou delinear a complexidade do problema considerando todos os componentes em torno do objeto de estudo em suas interações e

[17] PAULILO, Maria Angela Silveira. ***A pesquisa qualitativa e a história de vida***. Disponível em: http://www.ssrevista.uel.br/c_v2n1_pesquisa.htm. Acesso em 12 de mar. de 2010.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

influências (GRESSLER, 2004). Tendo como recurso base inicial a descrição, ou seja, apresentar a realidade tal como ela é (ANDRÉ, 1987) levando em consideração o contexto rico em diversidade de sentidos pertencentes ao universo cultural dos envolvidos.

Além disso, a metodologia qualitativa permite emergir um mundo de significados passíveis de investigação, na qual as falas, neste caso a resposta da questão dissertativa de matemática do vestibular serão consideradas como pensamento coletivo e não como uma particularidade do indivíduo, visto que, os vestibulandos representam todo um grupo, com valores próprios, língua e mitos distintos.

Dentre as possibilidades de estudo que a pesquisa qualitativa aborda, verificou-se que a análise documental seria o instrumento que melhor se adequaria a essa fase do trabalho, ou seja, análise das respostas dos indígenas do primeiro vestibular do curso de Licenciatura Básica Intercultural.

Neves nos chama a atenção para as características e possibilidades desta modalidade:

> A pesquisa documental é constituída pelo exame de materiais que ainda não receberam um tratamento analítico ou que podem ser reexaminados com vista a uma interpretação nova ou complementar. Pode oferecer base útil para outros tipos de estudo qualitativos e possibilita que a criatividade do pesquisador dirija a investigação por enfoques diferenciados [...] Além disso, os documentos são uma fonte não-reativa (NEVES, 1996, p. 3).

Desta forma o estudo das questões de matemática do vestibular enquanto documento deixará margens para futuras e novas interpretações, podendo ser retomadas quantas vezes for necessária independente da época e dos interesses.

No entanto, em função de o vestibular englobar um grande número de participantes a pesquisa se utilizou também de análises quantitativas com auxílio de gráficos e porcentagens.

Para Minayo e Sanches nenhuma abordagem é boa ao ponto de ser suficiente para compreensão da realidade observada, pois configura um instrumento de mediação. Então, pode-se dizer que não há um método melhor que outro, mas aquele possível de ser executado e que possibilite refletir a dinâmica da teoria e oferecer elementos teóricos para análise (MINAYO; SANCHES, 1993). Neste sentido, a presente pesquisa utilizou as abordagens quantitativa e qualitativa a fim de complementar os métodos no estudo da realidade pesquisada.

Neves aponta a combinação entre abordagem quantitativa e qualitativa como triangulação na qual é possível interligar informações obtidas por fontes distintas com vistas à melhor ilustração e compreensão dos resultados. Pela abordagem quantitativa há a

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

"possibilidade de congregar controle dos vieses e identificação de variáveis específicas" enquanto que a abordagem qualitativa permite uma "compreensão da perspectiva dos agentes envolvidos no fenômeno", desta forma a comunhão de ambas possibilita "reafirmar os resultados pelo emprego de técnicas diferenciadas" (NEVES, 1996, p. 2).

Além do cunho qualitativo e do uso de recursos numéricos e gráfico a pesquisa utilizou dos aportes da Etnomatemática, pois buscou permear entre o saber-fazer do grupo indígena e o escolar, principalmente os relacionados à matemática. Importante lembrar que a Etnomatemática aqui citada refere-se àquela conceituada por D'Ambrósio (2004) como um programa de pesquisa que visa a compreensão em torno do ciclo de conhecimento em distintos ambientes. Etimologicamente o termo Etnomatemática traduz o movimento entre técnicas, transcendência e o ambiente cultural, conforme explica o autor:

> ... Etnomatemática: techné (ticas= técnicas e artes), etno (culturas e sua diversidade) e máthema (ensinar = conhecer, entender, explicar), ou, numa ordem mais interessante, etno + matema + tica. Podemos igualmente falar em um Programa Etnociência, lembrando que ciência vem do latim scio, que significa saber, conhecer. Portanto, é claro que os Programas Etnomatemática e Etnociência se completam (D'AMBROSIO, 2004, p. 17).

Nessa direção, Domite (2004) concebe a Etnomatemática como a forma de compreender a realidade, a linguagem, o pensar do grupo, levando em consideração que o saber de alguém nunca é neutro e tem raízes sócio-culturais.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O primeiro concurso de vestibular do curso de Licenciatura em Educação Básica Intercultural abordou cinco questões de matemática, sendo quatro objetivas e uma dissertativa, onde os conhecimentos em torno de Números e Operações, Grandezas e Medidas e Tratamento de Informações estiveram presentes nas questões objetivas e a única questão[18] dissertativa tratou da Geometria.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais "o trabalho com noções geométricas [...] estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc." (PCNs, 1997, p. 51). Em consonância os guias dos livros didáticos do ensino fundamental reforçam as características do trabalho em torno da geometria:

> O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras

[18] A questão solicitou que fossem identificadas as figuras geométricas contidas em desenhos indígenas extraídos dos livros Educação Escolar Indígena: as leis e a educação escolar indígena, e, Educação Escolar Indígena: Guia do formador, ambos do MEC e disponíveis no site www.dominiopublico.gov.br.

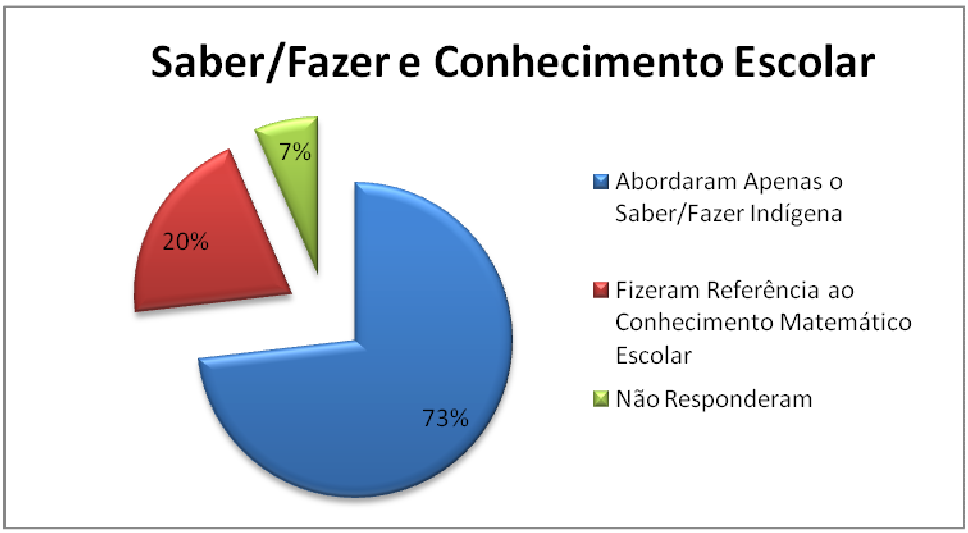
ISBN 978-85-7764-034-8

> geométricas. A organização e a síntese desse conhecimento também são importantes para a construção do pensamento geométrico (BRASIL, 2006, p. 15).

Dessa forma, pretendia-se com a questão a identificação das regularidades matemáticas, ou seja, identificação de figuras geométricas conforme o número de lados, além do estabelecimento de relações com os artefatos presentes no cotidiano da aldeia, co-relacionando o conteúdo da geometria com o mundo que os cerca.

Para análise do conteúdo optou-se pela transcrição das repostas, mantendo com fidedignidade a estrutura das falas, ou seja, permaneceu tal como estavam escritas na prova do vestibular sem sofrerem alterações. Pois acreditamos que imprimem a identidade do indígena, com as peculiaridades de sua escrita e também por não aderir à idéia de "consertar" ou "corrigir" as falas, uma vez que se trata da segunda língua destes povos.

Foram analisadas cento e oito (108) provas, das quais sete (07) não responderam a questão. Das cento e uma (101) respostas, setenta e nove (79) abordaram apenas o saber/fazer indígena e apenas vinte e duas (22) fizeram alguma referência ao conhecimento matemático escolar. O gráfico abaixo ajuda a visualizar a presença do saber/fazer e do conhecimento matemático escolar trazidos pelos indígenas:



Apesar de a questão intentar trazer a tona o conhecimento matemático geométrico do grupo, constatou-se um destaque maior para os aspectos da cultura, onde o mito e especialmente a pintura se destacaram. Poucos foram os que identificaram as figuras geométricas, tais como: losangos, triângulos, círculos, retas, retângulos, trapézios e octógonos. Em geral, apenas identificaram os desenhos como personagens da história do grupo, ou com pinturas de rituais, sem nenhuma menção a figura geométrica. Conforme uma das respostas abaixo:

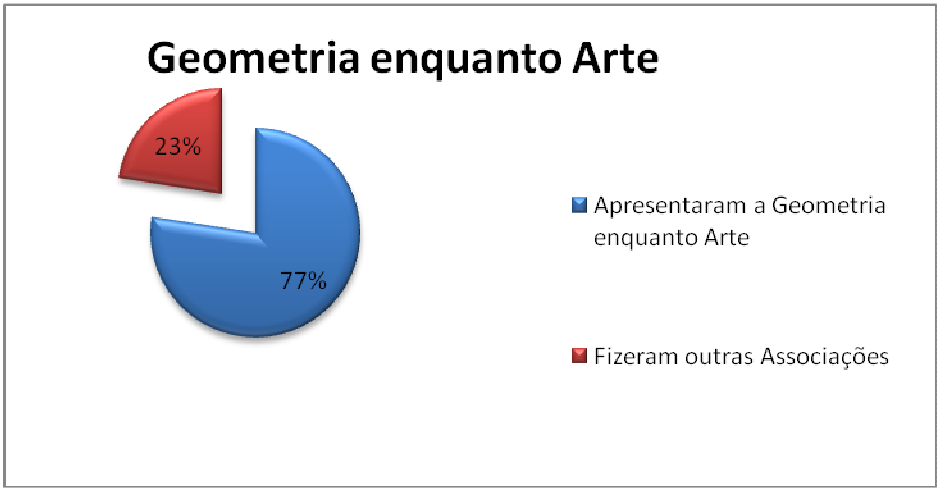
ISBN 978-85-7764-034-8

> *As figuras são encontradas na minha comunidade nos acontecimentos de festas sagradas, como: pajé, festa do jacaré e do porcão e quando tem rituais acontecidos na minha aldeia. Antes de acontecer a festa, o convidado se pinta com tinta de jenipapo para ser utilizado durante a festa.* ***É um símbolo muito importante para o meu povo [...] é uma coisa sagrada*** *que podem ser usado só durante a festa da comunidade. [Grifo nosso]*

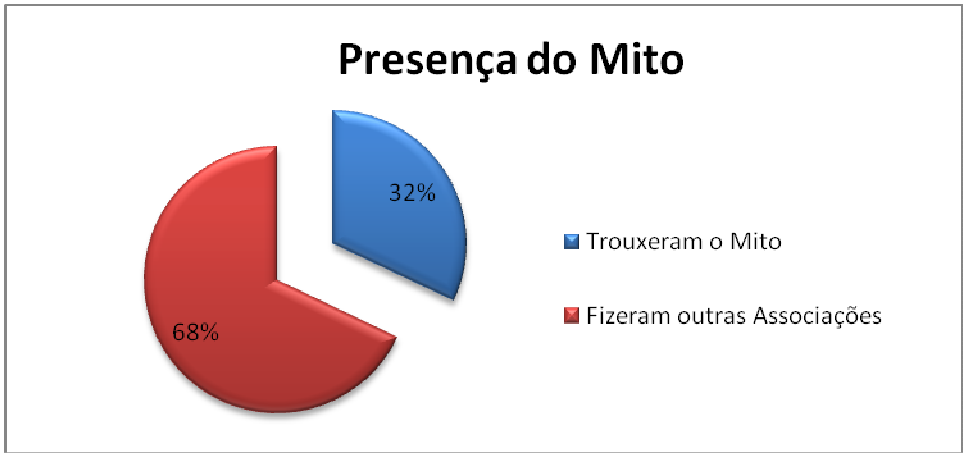
Como se pode perceber, a geometria se mostrou presente enquanto arte, poucas vezes acompanhada do conhecimento escolar, e na maioria das vezes permeada pelo saber/fazer indígena, tal como:

> *Nessas figuras podemos observar pontos, quadrado, triângulo, retângulos, e retas. Na aldeia podemos observar essas figuras principalmente nas pinturas corporais e nos artesanatos. Essas figuras para o povo indígena é muito importante porque cada figura tem um significado de muito valor.* ***Nela está a vida, a identidade, seres da natureza.*** *O orgulho do ser indígena como um ser humano diferenciado e rico de alma e cultura diversificada. [Grifo nosso]*

O gráfico abaixo evidencia a presença da geometria enquanto arte nas respostas dos indígenas à questão do vestibular:



Dentro do saber/fazer o mito esteve presente, conforme ilustra o gráfico abaixo:



As respostas que trazem o mito apresentam relações com a arte corporal das comunidades indígenas, pois cada pintura está atrelada a uma narrativa do grupo e por isso

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

imbricada de significados. Como se pode visualizar na fala abaixo:

> *Na minha cultura temos várias pintura mas o que me lembrou bastante foi a pintura dos Karajá a minha mãe dizia que esta pintura lembra uma pintura de cobra bico de jaca, temos uma pequena história deste trabalho, pintamos com o jenipapo para não se encontrar com a cobra na floresta depois de pintar podemos caçar, pescar e trabalhar na roçada que não vai correr perigo nenhum.*

Os dados elencados acima nos chama atenção para a forte presença do saber/fazer indígena referente a matemática, principalmente no tocante à geometria enquanto arte e ao mito.

Diante da visão matemática que os indígenas apresentaram ao responder à questão sobre geometria questiona-se sobre a relação da matemática com a cultura, crenças, hábitos e valores das pessoas. Segundo Fasheh, é preciso atentar para a "importância da cultura como influência no modo pelo qual as pessoas vêem as coisas e entendem conceitos" (FASHEH, 1998, p. 09). Frente aos desenhos da questão, a leitura realizada pelos indígenas é permeada pelo significado de sua cultura, enxergaram nos desenhos suas pinturas e mitos, que são marcantes no cotidiano indígena e inerentes aos hábitos e crenças dessas comunidades. O olhar não indígena para a questão identifica logo de início a representação de figuras geométricas com seus respectivos nomes conforme literatura. Visto que, a nomenclatura dessas figuras geométricas está presente no dia-a-dia da vida nas cidades, nas casas e creches as crianças são acostumadas a manusear brinquedos que são identificadas pelos pais e professores como triângulos, quadrados, retângulos, círculos. Nomes que não possuem significados nas aldeias.

Essa diferença de significados entre símbolos acontece em todo o mundo, Fasheh (1998) exemplifica a influência da cultura na construção dos significados através da comparação das palavras camelo, flor e gelo em diferentes localidades geográficas. Cada região concebe-as de modo distinto, em função dos diferentes hábitos as mesmas palavras possuem maior ou menor grau de importância. Na Palestina há vários nomes para camelos, cada um representa diferentes posições e o humor do animal, enquanto que em esquimó existem várias palavras para gelo, cada qual caracteriza uma especificidade do gelo, por outro lado em regiões onde a flora é rica encontramos uma diversidade de nomes para flores (FASHEH, 1998).

Nessa perspectiva, Benedict aponta cultura como "uma lente através da qual o homem vê o mundo. Homens de culturas diferentes usam lentes diversas e, portanto, têm visões desencontradas das coisas" (BENEDICT *apud* LARAIA, 1997, p. 67). Cada olhar terá seus símbolos como base de interpretação, pois de acordo com White:

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

> Todo o comportamento humano se origina no uso de símbolos [...]. Todas as civilizações se espalharam e perpetuaram somente pelo uso de símbolos. Toda cultura depende de símbolos. É o exercício da faculdade de simbolização que cria a cultura e o uso de símbolos que torna possível a sua perpetuação. O comportamento humano é um comportamento simbólico (WHITE *apud* LARAIA, 1997, p. 55).

Nesse sentido a Etnomatemática apresenta-se como caminho viável para a busca do diálogo entre o conhecimento escolar e o saber/fazer indígena por se tratar de um programa que lança o olhar para os aspectos culturais das diferentes sociedades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As impressões, *a priori*, que os indígenas apresentaram de matemática apontam para a forte presença do saber/fazer indígena. A geometria trazida foi apresentada enquanto arte e permeada pelos mitos, fato que nos faz pensar uma formação diferenciada para este público levando em considerações os significados que os alunos atribuem aos símbolos inerentes ao cotidiano indígena.

A Etnomatemática apresentou-se como caminho viável na busca por este diálogo entre as diferenças, pois considera o saber construído pelos grupos sociais. Desta forma, o trabalho com geometria pode ser significativo se valorizar o pensar do grupo e a construção da geometria pelos indígenas, levando em consideração a compreensão em torno do conhecimento geométrico nos distintos ambientes, neste caso os que os conhecimentos escolares e o saber/fazer indígena.

Após este primeiro ano de pesquisa os resultados nos impulsionam para a continuidade do pensamento em torno das questões que perpassam o encontro entre os conhecimentos escolares e o saber/fazer indígena na Universidade, tendo em vista a complexidade que envolve tais relações. Assim, entendemos necessário o fomento de novas pesquisas que contemplem a temática a fim de enriquecer as discussões.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli E. D. A. A pesquisa no cotidiano escolar. In: ***VIII Encontro de Pesquisadores da Região Sul***. Porto Alegre. 1987. p. 37-45.

BRASIL. ***Guia do livro didático 2007***: matemática, ensino fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. ***Parâmetros Curriculares Nacionais***: matemática. Brasília: MEC, 1997.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Orgs.). ***Etnomatemática*:** currículo e formação de

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 39-52.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Etnomatemática***: elo entre as tradições e modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DOMITE, Maria do Carmo S. Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Orgs.). ***Etnomatemática*:** currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 419-431.

FASHEH, Munir. Matemática, cultura e poder. In**:** ***Zetetiké***. São Paulo, n. 1, mar. de 1998.

GRESSLER, Lori Alice. ***Introdução à pesquisa***: projetos e relatórios. 2. ed. São Paulo: Loyola, 2004, 295p.

LARAIA, Roque de Barros. ***Cultura*:** um conceito antropológico. 11. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1997.

MINAYO, Maria Cecília de S. ***O desafio do conhecimento***: pesquisa qualitativa em saúde. 8. ed. São Paulo: Hucitec, 2004.

MINAYO, Maria Cecília de S; SANCHES, Odécio. Quantitativo-qualitativo: oposição ou complementaridade?. ***Cad. Saúde Pública***. Rio de Janeiro: v. 9, n. 3, p. 237-248, jul/set, 1993.

NEVES, José Luis**.** Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. ***Caderno de Pesquisas em Administração***. São Paulo: v. 1, n. 3, 2º sem./1996.

SILVA, Aparecida Augusta da. ***Em busca do diálogo entre duas formas distintas de conhecimentos matemáticos***. 2008, 174p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação de São Paulo, São Paulo, 2008.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

CONDIÇÕES DE SAÚDE DOS PROFESSORES DA ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS NA REDE ESCOLAR - MUNICIPAL E ESTADUAL DE ARIQUEMES, RONDÔNIA, BRASIL

Sérgio Candido de GOUVEIA NETO – UNIR
(gouveianeto@gmail.com)
Reginaldo Tudeia dos SANTOS – UNIR
(rtudeia@hotmail.com)
Santilina Ignácio dos Santos MICHALSKI SANTOS – SEDUC
(crismichalski@hotmail.com)
Cristiane dos Santos MICHALSKI SANTOS – SESAU
(crismichalski@hotmail.com)

RESUMO

As doenças ocupacionais na classe docente estão alcançando níveis preocupantes, dado aos diversos fatores de risco a que estes profissionais estão expostos. O objetivo desta pesquisa foi investigar e analisar as condições de trabalho e saúde dos professores de ciências exatas da rede pública do município de Ariquemes-RO. Foi realizado um estudo epidemiológico transversal, descritivo e exploratório, com uma abordagem quantitativa e qualitativa. Para a coleta de dados foi utilizado um questionário autopreenchível, respondido por 30 professores. Os resultados mostraram uma prevalência no número de docentes mulheres, em grande maioria casados, com carga horária de trabalho excessiva e com poucas percepções a respeito das doenças ocupacionais que mais atingem esta classe.

PALAVRAS-CHAVE: Trabalho; Saúde; Doenças Ocupacionais.

INTRODUÇÃO

Doenças ocupacionais são aquelas relacionadas diretamente à atividade desempenhada pelo trabalhador ou às condições de trabalho as quais ele está submetido. As doenças ocupacionais na classe docente já é um número expressivo e crescente, e está alcançando níveis preocupantes.

Segundo Capel e Maslach *apud* Reis *et al*. (2005) a categoria docente é uma das mais expostas a ambientes conflituosos com alta exigência de trabalho, como tarefas extraclasse, reuniões, alunos indisciplinados, os quais chegam a proferir ameaças verbais e até mesmo físicas.

A classe docente está entre as profissões com maior incidência de problemas vocais, por ser o principal veículo de trabalho. Para Pinto *apud* Cordeiro e Weiss (2004) o abuso ou o mau uso da voz danifica os tecidos da laringe, produzindo distúrbios vocais simples como disfonia, afonia, laringite crônica e nódulos vocais, podendo chegar a impedir a

atuação profissional destes professores.

Alguns estudos já foram realizados no Brasil sobre a saúde do professor, destacando os trabalhos de Vedovato e Monteiro (2007), Gasparini; Barreto; Assunção (2005), Reis (2005), Delcor *et al.* (2004), Contaifer *et al.* (2003), Porto (2004), entre outros. Porém faz-se necessário um estudo quanto à realidade dos professores do município de Ariquemes, já que nenhum estudo desta natureza foi realizado na região Norte do Brasil. Desta forma, a pesquisa teve como objetivo investigar as condições de trabalho e saúde dos professores de ciências exatas do município de Ariquemes, estado de Rondônia.

Para alcançar o objetivo proposto foi utilizado o método descritivo-exploratório, com uma abordagem quantitativa e qualitativa. Os dados foram coletados através de um questionário auto-aplicável com perguntas abertas e fechadas sobre dados socioeconômicos e condições de trabalho e saúde.

METODOLOGIA

Este trabalho utilizou uma abordagem descritiva, exploratória, quantitativa e qualitativa e ainda do estudo epidemiológico transversal, que estuda a situação de exposição e efeito de uma população a determinada situação e em único momento (SANTA CATARINA, 2009).

A pesquisa foi realizada na cidade de Ariquemes, estado de Rondônia com professores da área de ciências exatas na rede municipal e estadual de ensino, nos meses de outubro a dezembro de 2008. A população de educadores da área de ciências exatas eram 92 e destes, 55 foram encontrados para entregar os questionários, sendo que apenas 30 professores os devolveram. Desta forma, a amostra final foi constituída por 30 professores, correspondendo a 32,6% da população total de exatas.

Após a coleta de dados, os questionários foram enumerados aleatoriamente de 1 a 30 para facilitar a análise dos dados. Posteriormente, foi calculada a freqüência das variáveis e realizada sua análise. As respostas das questões qualitativas dos professores foram transcritas na íntegra.

Utilizou-se questionário padronizado, autopreenchível, composto de perguntas abertas e fechadas sobre dados socioeconômicos, condições de trabalho, saúde e as percepções destes professores a respeito das doenças ocupacionais.

A presente pesquisa obedeceu aos critérios da Resolução 196 de 10 de outubro de 1996, do Conselho Nacional de Saúde (BRASIL, 2002). Todos os docentes que participaram da pesquisa foram informados sobre os objetivos do estudo e assinaram o Termo de

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Consentimento Livre e Esclarecido, para utilizar-se dos dados do questionário, bem como a divulgação dos mesmos. Os mesmos estavam cientes de que poderiam desistir a qualquer momento da pesquisa sem que houvesse prejuízos pessoais ou a seus familiares.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Perfil dos Docentes Pesquisados

Neste estudo, foi observado que 53,33% dos professores participantes da pesquisa tinham entre 31 e 40 anos, 30% entre 41 e 50 anos e 16,67% entre 20 e 30 anos. Verifica-se então a primazia dos professores na faixa etária entre 31 e 40 anos. Dados semelhantes foram encontrados por Delcor *et al*. (2004) num estudo sobre as condições de trabalho e saúde dos professores na rede particular de ensino de Vitória da Conquista, Bahia, onde houve a prevalência na faixa etária entre 31 e 40 anos. Constatou-se então que, independente da área de atuação na docência, a faixa etária predominante foram semelhantes entre estes estudos.

Em relação ao gênero, 80% dos professores participantes da pesquisa são do sexo feminino e 20% do sexo masculino. A predominância da mulher na docência também aparece em pesquisas como de Vedovato e Monteiro (2007) que realizaram um estudo epidemiológico transversal sobre o perfil sócio-demográfico e condições de saúde e trabalho dos professores de nove escolas paulistas. Dados de Delcor *et al*. (2004) em Vitória da Conquista e UNESCO (2004) sobre o perfil dos professores brasileiros mostraram resultados semelhantes. Na docência, assim como na enfermagem, existe um maior número de mulheres trabalhando, fato relacionado ao papel cultural da mulher na sociedade.

Sobre o estado civil, 63,3% dos professores responderam serem casados, 16,6% solteiros, 16,6%. Há então predominância de professores casados, fator que pode influenciar diretamente as condições de saúde, principalmente das professoras, maioria na pesquisa. Estas, além de trabalhar fora, ainda realizam tarefas domésticas e cuidam de marido e filhos, o que acarreta em sobrecarga física e mental.

Tempo de Docência, Horas Trabalhadas e Atuação e Diversas Escolas: Influência Sobre a Saúde

Quarenta por cento dos professores relataram lecionar há 10 – 15 anos (Tabela 1). Pode-se afirmar que quanto mais tempo de docência, maiores são as chances de desenvolver alguma doença ocupacional, pois o tempo de exposição aos fatores de risco são maiores. Assim, evidencia-se que grande parte dos professores desta pesquisa tem um risco elevado

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

para doenças ocupacionais.

Além do tempo de docência, partes destes profissionais trabalham mais de 40 horas semanais. Dos professores que responderam o questionário, 63,33% relataram trabalhar 40 horas/semanais, seguido por 26,67% que trabalham 60 horas/semanais, 6,67% trabalham 20 horas/semanais e 3,33% da amostra trabalham mais de 60 horas/semanais. Ainda, 56,67% dos professores relataram trabalhar em uma escola, enquanto 36,67% em duas escolas e 6,67% em três escolas ou mais (Tabela 1). Apesar de grande parte dos professores trabalharem "apenas" 40 horas e em uma escola, uma amostra significativa trabalha 60 horas e em mais de uma escola. Destaca-se ainda que, grande parte dos professores que trabalham 20 horas/semanais, exerce outra atividade remunerada além da docência. Dados levantados por comunicação verbal indicaram uma necessidade de complementação da renda familiar, evidenciando baixa remuneração desta classe.

Apesar de serem desgastantes tantas horas de trabalho, a Constituição Federal de 1988, Art. 37° XVI, regulamenta para a classe médica e docente, o acúmulo de até dois cargos públicos, desde que haja compatibilidade de horários, e não ultrapasse 60 horas/semanais (BRASIL, 1988). As possíveis repercussões da carga horária excessiva de trabalho sobre a saúde são diversas: sobrecarga física e psicológica, além de diminuir o tempo para atividades de lazer, descanso, aperfeiçoamento profissional e atividades físicas. Se caso a carga horária fosse menor, certamente ajudaria na higiene física e mental destes professores.

Nível de Satisfação, Avaliação do Ambiente de Trabalho, Nível de Cansaço, Prática de Atividades Físicas e Alterações do Sono pelos Docentes

Os dados obtidos mostram que 40% dos professores estão satisfeitos com seu trabalho, o mesmo quantitativo diz estar pouco satisfeito e 20% (Tabela 2). Segundo Silva (2006), nos últimos anos observou-se um aumento da insatisfação dos professores com a profissão, atribuída em grande parte ao desinteresse, à agressividade e à indisciplina dos alunos. A insatisfação também está relacionada significativamente com a remuneração, já que grande parte dos professores considera a remuneração ruim.

Quando questionados a respeito do ambiente de trabalho, apesar da insatisfação ou a pouca satisfação com o trabalho, 50% dos professores relataram ser bom o ambiente em que trabalham; 33,3% ser regular; 13,3% ruim e 3,3% excelente (Tabela 2). Embora o ambiente de trabalho possa ser um fator de risco, os mesmos não o vêem desta forma.

O grau de satisfação ou insatisfação com o trabalho e ambiente de trabalho pode ter relação com o nível de cansaço. Neste estudo 50% dos professores relataram estarem

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

muito cansados, 40% pouco cansados e 10% não há cansaço. O nível de cansaço pode provavelmente estar relacionado com o fim do ano letivo, pois a pesquisa foi realizada no último bimestre do ano. Resultados diferentes poderiam ser obtidos caso a pesquisa fosse realizada em outro período do ano.

Embora a maioria dos professores declararem estar muito ou cansados, apenas 3,3% dos professores praticam alguma atividade física regularmente (Tabela 2), demonstrando que o fato de sentirem cansados pode ter uma ligação direta com a falta destas atividades. Resultados diferentes foram encontrados por Vedovato e Monteiro (2007) nas escolas estaduais paulistas, em que 56,6% dos professores praticavam atividades físicas pelo menos 3 vezes por semana. A atividade física é importante, pois beneficia e preserva a saúde, reduzindo o risco de adoecimento por diabetes, hipertensão arterial e problemas cardiovasculares e ainda, promove bem estar psicológico.

A falta de atividades físicas pode influenciar também o padrão de sono. De fato, neste estudo foi observado que 43,3% relataram apresentar sonolência durante o dia, provavelmente em decorrência do tempo insuficiente para o sono durante a noite, 33,3% não apresentam alterações e 23,3% relataram ter insônia (Tabela 2). Além da falta de atividades físicas, a carga excessiva de atividades fora do ambiente escolar (correção de atividades avaliativas, preenchimento de diários, e outras) pode ser um dos fatores que influencia na sonolência durante o dia. Convém destacar que o sono é considerado um fator imprescindível para o bom condicionamento físico e mental, sendo importante respeitar em média às 8 horas de sono por noite (CORDEIRO; WEISS, 2004).

Relato dos Professores de Cansaço ou Dor

Em relação à presença de dor enquanto lecionavam ou ao final do dia de trabalho, 66,67% dos docentes relataram sentir alguma dor ou cansaço muscular enquanto 33,33% relataram não sentir cansaço ou dor.

Ainda neste questionamento, perguntou-se o local do corpo onde o cansaço ou dor estavam presentes e as respostas foram:

Professores 1, 9, 15 e 28: "*Pernas*".

Professor 2: "*Coluna, ombro, mão (punho)*".

Professores 4, 5 e 30: "*Garganta*".

Professor 6: "*Cabeça*".

Professor 8: "*Cabeça, musculares, região lombar*".

Professores 10, 17 e 29: "*Costas e pernas*".

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Professor 16: "*Coluna*".

Professor 18: "*Mão e ombro*"

Novamente, a falta de atividade física, bem como as condições do e no ambiente de trabalho, podem contribuir para as dores em certas partes do corpo. Por exemplo, a dor nas pernas relatado por quatro professores, está relacionada ao fato de ficarem em pé durante todo o período da atividade laboral.

De uma forma geral, conforme os relatos dos professores há prevalência dos Distúrbios Osteomusculares Relacionados ao Trabalho (DORT). Este distúrbio é comum a esta classe, em decorrência de postura inadequada ao atender os alunos na carteira, ficar longos períodos em pé e com o membro superior abduzido acima de 90° e ainda carregar material didático. De acordo com Dutra *et al.* (2005), as DORT podem se manifestar de várias formas clínicas, tendo como aspecto comum a dor e as incapacidades funcionais, comprometendo a qualidade de vida do acometido.

Prevalência de Problemas na Voz ou Garganta

Sobre o histórico de problemas na voz ou na garganta em decorrência do trabalho, 56,67% dos professores afirmaram que já tiveram algum tipo de problema, e 43,33% afirmaram que não.

Aos que afirmaram ter apresentado algum problema, questionou-se quais foram os problemas, e as respostas foram:

Professor 2: "*Rouquidão e cansaço*".

Professor 3: "*Afônico*".

Professor 4: "*Dor*".

Professores 5, 9 e 15: "*Rouquidão e perda de voz*".

Professores 6, 15 e 18: "*Rouquidão*".

Professor 16: "*Pigarro, tosse, perda de voz*".

De acordo com Dragone *apud* Penteado (2007), a voz é o principal instrumento de trabalho do professor e, um importante recurso na relação professor/alunos, com implicações relevantes no processo ensino aprendizagem.

"Usar a voz excessivamente por si só não determina um desvio vocal. Mas o somatório desse esforço vocal contínuo e do desconhecimento de técnicas vocais pode facilitar o aparecimento de uma disfonia" (CORDEIRO; WEISS, 2004, p. 65).

O desconhecimento de noções básicas de cuidados com a voz pode tornar mais difícil a vida de quem dela depende no exercício da profissão. Cuidados simples como levar

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

uma garrafa de água para a sala de aula pode evitar problemas com a voz.

Conhecimento dos Professores Sobre Doenças Ocupacionais

Do total de professores entrevistados, 56,67% afirmaram ter conhecimento sobre doença ocupacional, ao passo que 43,33% dos entrevistados manifestaram desconhecimento sobre tais doenças. Aos que afirmaram ter conhecimento, pediu-se para que descrevessem doenças ocupacionais e as respostas foram:

Professores 2, 6, 9, 14 e 20: "*São doenças relacionadas ao esforço repetitivo*".

Professores 4 e 5: "*Doenças causadas pelo desgaste ocorrido pela profissão*".

Professor 7: "*Esta doença acomete aqueles que fazem esforços repetitivos, sem nenhum aquecimento do corpo antes do trabalho e sem pausa para descanso*".

Professores 11 e 17: "*Causada por movimentos repetitivos e excessivos, relacionados ao ambiente de trabalho*".

Professores 13 e 15: "*Doença causada durante a rotina do trabalho*".

Professores 24 e 30: "*Doenças causadas em virtude do stress no trabalho*".

Pode-se constatar que os professores afirmaram saber definir doença ocupacional e realmente sabiam algo a respeito. Porém, nenhum deles relacionou os aspectos físicos e mentais associadamente, apenas isoladamente, dando a entender que para eles a doença ocupacional só tem relação física e para outros, somente relação psíquica.

Convém destacar que dentre os estudos os quais relacionam saúde e docência, este é o único a questionar as percepções dos professores sobre as doenças ocupacionais e sua prevenção de modo geral, abrangendo grande parte das doenças.

Incidência de Conhecimento Sobre a Prevenção de Doenças Ocupacionais

Quando questionados se sabiam como evitar as doenças ocupacionais, 73,33% dos professores relataram não saber como preveni-las e 26,67% relataram saber como preveni-las.

Grande maioria dos entrevistados não tem noções básicas de como evitar estas doenças. Aos que afirmaram saber como evitá-las foi questionado se tomavam alguma das medidas preventivas que tinham conhecimento. Aos que responderam não tomar tais medidas, perguntou-se o motivo, e as respostas foram:

Professor 2: "*Falta de tempo, comodismo etc.*".

Professor 4: "*Falta de tempo*".

Professor 7: "*Quando não estou sendo a profissional, sou mãe, mulher, dona-de-casa, empregada, etc.*".

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Professor 20: "*Por relaxo*".

De acordo com os relatos, constatou-se que a carga horária excessiva de trabalho é o principal motivo pelo qual não tomam medidas de prevenção, logo estes têm um risco maior, dado o excesso de trabalho.

Aos que responderam tomar alguma medida para a prevenção das doenças ocupacionais, perguntaram-se quais eram, e as respostas foram as seguintes:

Professor 6: "*Descanso, não levar trabalho para casa, programas que levem a diversão, um bom filme*".

Professor 12: "*Faço exercícios relaxantes e dou pausas nos horários de trabalho*".

Professor 14 e 17: "*Faço exercícios de alongamento e pausas*".

Para o Sindicato dos Professores do ABC citado por Dutra *et al*. (2005), o alongamento muscular é a melhor maneira de prevenir os DORT. O alongamento também propicia relaxamento mental, o que é muito importante para higiene mental. Infelizmente, muitos professores ainda não se conscientizaram da importância do alongamento e da atividade física para prevenir os DORT e as doenças psíquicas.

Incidências de Doenças Ocupacionais nos Docentes Pesquisados

Questionados se já tiveram alguma doença ocupacional, 76,67% dos professores responderam que não e 23,33% ser/sido portador de alguma doença ocupacional. Aos que afirmaram terem/tido sofrido algum mal, pediu-se para relacionar as doenças sofridas, e as respostas foram:

Professor 3: "*Stress*".

Professor 5: "*Afonia*".

Professor 17: "*Bursite*".

Professor 18: "*Cisto no pulso direito – bursite*".

A bursite está relacionada ao fato de manterem o braço levantado grande parte do tempo e a afonia ao fato de falar constantemente sem os devidos cuidados com as cordas vocais, conforme relato acima.

Estas doenças ocupacionais são fatores importantes no absenteísmo ao trabalho, todos os professores relataram já terem faltado ao trabalho por causa destas doenças.

Arrependimento por Estar na Área Docente

Questionados sobre se pudessem voltar no tempo, se escolheriam a mesma profissão, 60% dos professores responderam não e 40% escolheriam a mesma profissão.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Para o Instituto de Estatística da Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (UIS-UNESCO) *apud* Vedovato e Monteiro (2007), caso não se invista em educação, principalmente nos profissionais, em pouco tempo não haverá número suficiente de professores para garantir a educação para todos, dado a grande insatisfação desta classe profissional.

Aos que responderam que não escolheriam a mesma profissão pediu-se ainda para que justificassem, e as respostas foram:

Professor 1: "*Por causa das dificuldades que tem e não é reconhecido*".

Professor 2: "*Pouco valorizada*".

Professor 3: "*Desvalorização*".

Professores 10, 11 e 16: "*É muito estressante*".

Professor 12: "*Porque lixeiro é mais reconhecido que um professor*".

Professor 25: "*Porque não é valorizada (carga horária excessiva, salas superlotadas, alunos indisciplinados etc.).*".

Professor 28: "*Mal remunerada*".

Percebe-se que alguns professores reclamaram sobre o estresse e este seria um dos principais motivos do arrependimento por está na área docente. Fica claro que na classe docente existem diversas fontes de stress, que se forem persistentes e não manejados de forma correta podem levar ao "*Burnout*," síndrome que está cada vez mais presente na sociedade, principalmente nos profissionais que lidam diariamente junto ao ser humano, caracterizada, segundo Silva (2006), por exaustão emocional, despersonalização e redução da realização pessoal e profissional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As relações entre saúde-doença-professor na escola requerem uma compreensão abrangente, e a investigação sobre o trabalho e condições de saúde evidenciou que para estes profissionais são poucas as percepções sobre este assunto, e os mesmos estão em situações de alto risco para o desenvolvimento das diversas doenças ocupacionais que atingem esta classe.

As condições de trabalho e a falta de perspectivas na realização profissional podem contribuir decisivamente para o abandono da profissão, prejudicando ainda mais a educação, que poderá, no futuro, entrar em colapso por falta de professores.

Por fim, a atuação preventiva para as doenças ocupacionais que atingem a classe docente deve ser mais difundida, principalmente porque constam de medidas simples, porém com grandes repercussões na saúde de quem as praticam.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

ISBN 978-85-7764-034-8

REFERÊNCIAS

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. ***EMENDA CONSTITUCIONAL N° 19, DE 04 DE JUNHO DE 1988***. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc19.htm#art37xiii> Acesso em: 24 de fevereiro de 2009.

BRASIL. Ministério da Saúde. Comissão Nacional de Ética e Pesquisa. Conselho Nacional de Saúde. ***Manual Operacional para Comitês de Ética em Pesquisa***. Série CNS – Cadernos Técnicos, série A, Normas e Manuais Técnicos, n. 133. Brasília, 2002.

CONTAIFER, T. *et al.* ***Estresse em professores universitários da área de saúde***. Revista Gaúcha Enfermagem, Porto Alegre (RS) 2003 ago: 24 (2): 215-25.

CORDEIRO, R. S.; WEISS, S. L. I. ***Voz***: instrumento ou arma? A saúde vocal do professor e seus principais problemas. Revista de divulgação técnico-científica do ICPG. v. 1, n. 4 – jan/mar. 2004.

DELCOR, N. S. *et al*. ***Condições de trabalho e saúde dos professores da rede particular de ensino em Vitória da Conquista, Bahia, Brasil***. Caderno de Saúde Pública, Rio de Janeiro, 20(1): 187-196, jan-fev, 2004.

DUTRA, D. *et al*. ***Prevalência de algias nos ombros em professores da rede municipal de ensino fundamental de Umuarama – PR no ano de 2004***. Arquivo de Ciências de Saúde Unipar, Umuarama, 9(2), mai/ago. p. 79-84, 2005.

GASPARINI, S. M.; BARRETO, S. M.; ASSUNÇÃO, A. A. ***O professor, as condições de trabalho e os efeitos sobre sua saúde***. Educação e Pesquisa, SP, v. 31, n. 2, p. 189-199, maio/ago, 2005.

PENTEADO, R. Z. ***Relações entre saúde e trabalho docente***: percepções de professores sobre saúde vocal. Revista da Sociedade Brasileira de Fonoaudiologia. 12(1): 18-22, 2007.

PORTO, L. A. *et al*. ***Doenças ocupacionais em professores atendidos pelo centro de saúde do trabalhador***. Revista Baiana de Saúde Pública, Salvador, v. 28, n. 1, p. 33-49, 2004.

REIS, E. J. F. B. *et al*. ***Trabalho e distúrbios psíquicos em professores da rede municipal de Vitória da Conquista, Bahia, Brasil***. Caderno de Saúde Pública, Rio de Janeiro, 21(5): 1480-1490, set-out, 2005.

SANTA CATARINA. ***Vigilância em saúde pública***. Disponível em: http://www.saude.sc.gov.br/gestores/sala_de_leitura/saude_e_cidadania/ed_07/pdf/09_03.pdf. Acesso em 12 de fevereiro de 2009.

SILVA, M. E. P. ***Burnout, por que sofrem os professores?*** Estudos e pesquisas em psicologia, UERJ, RJ, ANO 6, n.1,1° semestre de 2006.

UNESCO. ***O perfil dos professores***: o que fazem o que pensam o que almejam. São Paulo: Moderna: 2004.

VEDOVATO, T. G.; MONTEIRO, M. I. ***Perfil sócio demográfico e condições de saúde e trabalho dos professores de nove escolas estaduais paulistas***. Revista Esc. Enfermagem USP, 42(2): 290-297, 2007.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

MAPA DE CURVAS DE NÍVEL E SUPERFÍCIE 3D DA ZONA URBANA DE JI-PARANÁ. ESTATÍSTICA COM O PROGRAMA SURFER

Ariveltom Cosme da SILVA – UNIR
(ariveltom@unir.br)
Alane Stephanye Andrade BATISTA – UNIR
(alanestephanye@hotmail.com)
Elisângela Candeias BIAZATTI – UNIR

RESUMO

O estudo apresentado tem por objetivo a utilização da estatística de variáveis regionalizadas, que se constitui num tópico especial da estatística aplicada. O método utilizado na estatística de variáveis regionalizadas permite ao pesquisador interpolar ou predizer valores entre os dados coletados em campo, de forma a obter a continuidade de uma função que representa um fenômeno espacial qualquer. Desta forma é possível a construção de mapas topográficos (pseudo-3D) ou mapas de tendências de variáveis (isolinhas), que fornecem ao analista, uma visão imediata do fenômeno com o meio. Esta metodologia foi aplicada na apresentação da superfície topográfica de parte da Cidade de Ji-Paraná, RO. O software utilizado para esta finalidade foi o Surfer, versão 8.0 que se mostrou bastante satisfatório na apresentação dos resultados.

PALAVRAS-CHAVE: Estatística; Superfície 3-D; Surfer 8.0.

INTRODUÇÃO

Os fundamentos matemáticos da estatística surgiram no século XVII, juntamente com o desenvolvimento da teoria das probabilidades. No fim do século XVIII a Estatística foi definida, como sendo "o estudo quantitativo de certos fenômenos sociais, destinados à informação dos homens de Estado". Isto é, uma coleção de informações de interesse para o estado sobre população e economia, objetivando informações indispensáveis para os governantes.

Atualmente, tanto em setores sociais, quanto econômicos, sejam públicos ou privados, a Estatística necessariamente se faz presente para a análise de dados, a qual é apresentada mostrando índices esperados e alcançados, através de gráficos que fornecem uma visão imediata do fenômeno analisado.

Os planejamentos estratégicos utilizados pelo governo, indústrias, comércios e tantos outros setores, tem por base estudos estatísticos que indicam dados qualitativos e quantitativos, apresentando análises de variações.

A Estatística Clássica estendeu-se para as diversas áreas das ciências, sendo

utilizada para quantificar, comparar e prever incertezas de situações futuras na saúde, educação (GRÁCIO; GARRUTTI, 2005), política (MARTIN, 2001), agricultura (CORDEIRO; TREDEZINI; CARVALHO, 2008) entre outros.

Quando se trata de pontos regionalizados é utilizada a Estatística Espacial, onde são considerados três diferentes atributos, coordenadas (UTM ou geográficas) e outro parâmetro qualquer, por exemplo, cotas. Dessa forma, obtêm-se, a representação de um dado fenômeno e sua localização no espaço. Portanto, estes dados são de interesse estatístico dentro das geociências, com importante utilização principalmente por analistas ambientais.

Assim surgiu a **geoestatística**, oferecendo um conjunto de ferramentas estatísticas, que permite descrever a continuidade espacial de variáveis, sendo uma característica essencial de muitos fenômenos naturais. Essas ferramentas constituem o processamento de coordenadas espaciais das variáveis regionalizadas.

Estas variáveis descrevem um fenômeno natural, apresentando uma aparente continuidade no espaço, sendo representadas por funções numéricas ordinárias, assumindo um valor ponto a ponto neste mesmo espaço, sendo por isso, muito utilizada em geociências, como por exemplo, na determinação de concentrações de um elemento químico numa área, ou mesmo a construção de mapas topográficos 3D e de curvas de níveis.

Quando são interpolados valores entre os pontos coletados nos dados reais, obtemos uma aparente continuidade, de forma a se obter uma superfície de tendência. Neste processo, os valores intermediários dos dados permanecem, resultando numa superfície contínua de dados suavizados, tendo os contrastes minimizados entre os polígonos.

Interpolação é a filtragem do valor da variável em estudo num ponto não amostrado, de modo a suavizar os contornos resultantes, baseando-se em valores obtidos em pontos amostrados, permitindo assim, melhor ajuste com os valores originais. Estes resultam na construção de mapas de superfície 3D, possibilitando uma melhor visualização.

Este artigo descreve algumas das possibilidades de aplicação da geoestatística na produção de mapas de superfície topográfica e mapas de contorno (isolinhas) de parte do 1º Distrito de Ji-Paraná.

LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

A área estudada localiza-se no Município de Ji-Paraná, na região central do Estado de Rondônia, entre os paralelos 8° 22’ e 11° 11’ latitude sul e entre os meridianos 61° 30’ e 62° 22’ longitude oeste (WGr).

A sede do núcleo urbano do município se encontra na foz do Rio Urupá no Rio Ji-

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Paraná, com coordenadas 10° 52’ latitude S e 61° 56’ e longitude W.

A zona urbana municipal é dividida em dois distritos (1º e 2º distritos, respectivamente à margem esquerda e direita do Rio Ji-Paraná), dessa forma, a área de estudo está localizada à no 1º Distrito (Figura 1).

Figura 1: Localização da área estudada no 1º Distrito de Ji-Paraná, destacado em vermelho.

METODOLOGIA

Amostragem

Os dados coletados e utilizados neste trabalho (coordenadas e pontos de elevação do terreno) podem ser considerados regulares ou homogêneos, uma vez que as ruas, com traçados retilíneos e paralelos, permitiram a amostragem em pontos eqüidistante nos cruzamentos das vias.

Para gerar o mapa de superfície topográfica, os pontos amostrados foram localizados sobre o mapa base georreferenciado de ruas de Ji-Paraná, em coordenadas de projeção Universal Transversal de Mercator (UTM) extraídas de ortofotocarta digital em escala de 1: 5.000 (ASSINELI FILHO, 2001), cujo Datum Horizontal utilizado é o SAD- 69, Chuá- MG e o Datum Vertical: Imbituba-SC.

Software utilizado

O software utilizado neste trabalho foi o Surfer, versão 8.0 desenvolvido pela

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Golden Software Inc., que pode ser usado para a confecção de mapas na plataforma Windows. Os dados foram digitados em planilha própria do Surfer (Worksheet), mas também poderiam ter sido importados de planilhas de outros aplicativos, tal como Excel.

Inicialmente, no menu "File" (arquivo) criou-se o arquivo "New" (novo) na planilha de trabalho (Worksheet). Este arquivo foi salvo na extensão "dat" e fechado. Abriu-se um novo arquivo na opção "Plot" (demarcação de pontos) e pôde-se gerar o mapa com os pontos no menu "Map" (mapa) opção "Post" . Para este passo fez-se necessário o "*Gridding*" do arquivo "dat" gerado anteriormente transformando-o em um arquivo com extensão "grb". Este processo foi feito no menu "Grid" na opção "Data", selecionado o arquivo com extensão "dat" e escolheu-se as colunas correspondentes para se gerar o cartograma.

Para a escolha da coluna, foi selecionada a opção "Data Columns" e as opções X, Y e Z, as duas primeiras colunas foram reservadas para as coordenadas e a terceira para as cotas (elevação do terreno). As demais colunas poderiam ser utilizadas para gravar outras variáveis. Entretanto o programa executa apenas uma variável de cada vez.

Método de interpolação

O método de interpolação utiliza-se de um mesmo princípio básico, ilustrado a seguir. O valor de um ponto a ser predito (Z*), é determinado pelo somatório do produto do valor da variável de um ponto conhecido (Z_i) pelo peso calculado (Δi) para os pontos i, variando de 1 até N, onde N representa o número total de pontos considerados, de acordo com a equação:

$$Z^* = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z_i \qquad \text{(Equação I)}$$

Ao se considerar, por exemplo, três pontos conhecidos, os pesos serão iguais e N = 3, o que resulta em:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3} \qquad \text{(Equação II)}$$

Deste modo a Equação I, como média aritmética, resulta em:

$$Z^* = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z_i = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3 = \frac{1}{3} Z_1 + \frac{1}{3} Z_2 + \frac{1}{3} Z_3 \qquad \text{(Equação III)}$$

Obviamente, o valor mais próximo do ponto a ser predito, teria um peso maior que os pontos mais distantes, pois sua influência será maior. Com base nisso, outro algoritmo que apresentaria resultado mais próximo da realidade é o Inverso da Distância. Este método estabelece que o ponto mais próximo do valor a ser predito, exercerá uma influência maior

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

sobre este, pois seu peso será maior, conforme determina a Equação IV.

$$Z^* = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i Z_i = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3 = \frac{1}{d_1} Z_1 + \frac{1}{d_2} Z_2 + \frac{1}{d_3} Z_3 \quad \text{(Equação IV)}$$

Verificada a influência do método a ser utilizado sobre o valor predito, cabe ao analista escolher o que melhor se aplica em cada situação analisada.

A melhor maneira de obter dados mais confiáveis de predição é adensar mais a malha de pontos medidos. Claro que isso depende da escala de trabalho, do tempo de execução disponível e dos objetivos a serem atingidos. Neste trabalho, os dados coletados estão situados mais ou menos a 100 m um do outro, uma vez que o traçado das ruas da cidade é bastante uniforme, com quadras medindo 100 por 100 m.

Existe no programa Surfer, uma janela que permite a escolha do método de interpolação, entre os quais os mais usados são: Triangulação Linear, Inverso da Potência da Distância, Mínima Curvatura (*Spline*), superfície de tendência e Krigagem.

Landim (2000) apresenta um quadro resumo das vantagens e desvantagens de cada método utilizado (Quadro I), onde quanto menor o valor, maior a vantagem do método.

Quadro I: Comparação entre os métodos de interpolação (LANDIM, 2000).

Algoritmo	Fidelidade dos dados originais	Suavidade das curvas	Velocidade de computação	Precisão geral
Triangulação	1	5	1	5
Inverso da distância	3	4	2	4
Superfície/tendência	5	1	3	2
Mínima curvatura	4	2	4	3
Krigagem	2	3	5	1

Numa análise do quadro anterior, verifica-se de imediato que a coluna "velocidade de computação", não seria entrave na escolha do método, pois atualmente os processadores dos computadores adquiriram velocidades notáveis, sendo que o processamento dos dados se dá após alguns poucos segundos.

Dependendo do tipo de dados analisados e talvez na maioria deles, a precisão é o quesito considerado mais importante. Desta forma a Krigagem (defaut do Surfer), se apresenta como o melhor método a ser empregado (COUTO; SCARAMUZZA; MARASCHINI, 2002), apesar de a mínima curvatura apresentar uma qualidade visual melhor.

Maiores discussões a respeito dos métodos citados fogem ao escopo deste trabalho, entretanto, recomenda-se aos que desejarem se aprofundar no tema, a leitura de

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

Landim (1998), Jakob (2002), entre outros autores.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Mapeamento

Após o procedimento de criação da malha de pontos para predição, foi criado o mapa de isolinhas e definiu-se pela criação de uma superfície 3-D, com a ferramenta SURFACE, que transformou os dados tridimensionais em um arquivo de superfície para a apresentação da topografia, representados respectivamente pelas figuras 3 e 4.

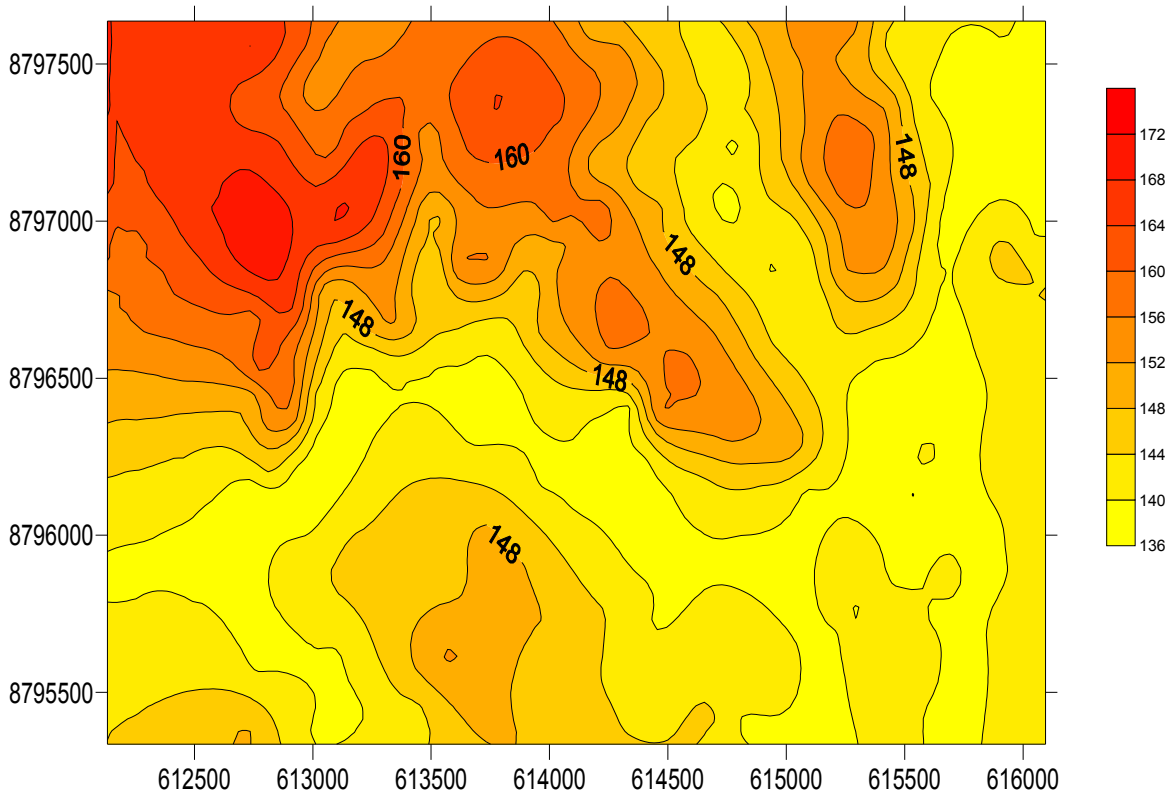


Figura 3: Mapa de isolinhas topográficas da área estudada.

Anais da X Semana de Matemática - X S E M A T - ISBN 978-85-7764-034-8

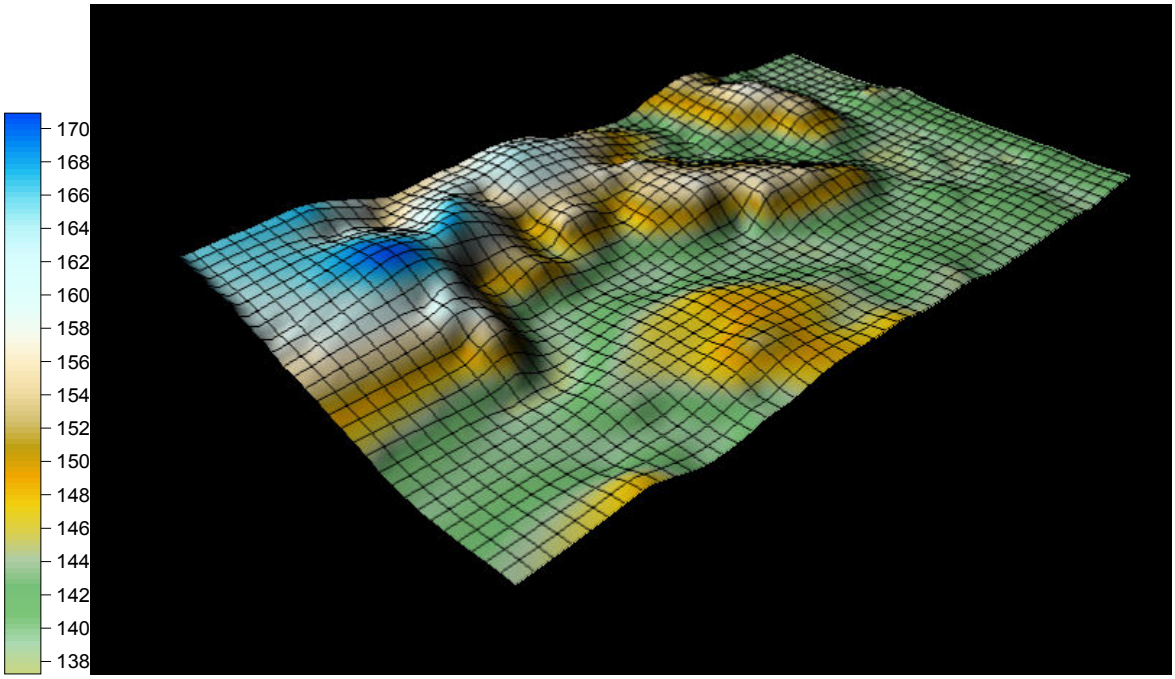


Figura 4: Bloco diagrama da superfície topográfica estudada.

O programa Surfer permite rotacionar o bloco diagrama gerado (Figura 4) em todas as direções, o que facilita destacar detalhes do relevo.

CONCLUSÕES

A utilização do software Surfer 8.0 na interpolação dos dados para a confecção do bloco diagrama (3D) e do mapa de isolinhas da superfície topográfica da área estudada, mostrou-se bastante satisfatória, realçando com boa precisão as feições topográficas locais.

A precisão do modelo depende em grande parte da densidade da malha amostral e da experiência do analista no resultado final. Quanto mais pontos determinados, maior o nível de detalhamento e mais próximo da realidade se mostrará o modelo.

Curvas de nível com diferença menor do que as de 5 m utilizadas neste trabalho, permitirão um melhor detalhamento da área.

Este tipo de apresentação gráfica permite ao leitor que não conhece uma determinada área, uma visão geral de sua superfície, com seus detalhamentos topográficos, ao mesmo tempo em que possibilita uma inferência imediata da declividade e de possíveis problemas hidrológicos e erosivos porventura existentes no local.

Inferências importantes podem ser feitas sobre o mapa de isolinhas: quanto mais próximas as curvas de nível, maior a declividade e, portanto, maiores os riscos de erosão; por outro lado, quanto mais distantes as curvas uma das outras, mais plano é o terreno.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Rondônia – UNIR e à PROCEA pela bolsa de estudos concedida aos acadêmicos do Projeto PIBEX.

REFERÊNCIAS

ASSINELI FILHO, R. (executor). ***Ortofotocarta digital da cidade de Ji-Paraná***. Cobertura aérea escala 1: 5.000. Ji-Paraná: Engefoto-Engenharia e Aerolevantamentos S.A. 2001.

CORDEIRO, K. W.; TREDEZINI, C. A. O.; CARVALHO, C. M. ***Análise da produção de hortaliças sob a ótica da economia dos custos de transação, na Cidade de Campo Grande – MS***. XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural. Rio Branco – Acre. 20 a 23 de julho de 2008.

COUTO, E. G.; SCARAMUZZA, J. F.; MARASCHINI, L. ***Influência dos métodos de interpolação nos mapas usados na agricultura de precisão***. Anais: 2º Simpósio Internacional de Agricultura de Precisão. Viçosa, MG, 12 a 14 de junho de 2002.

GRÁCIO, M. C. C.; GARRUTTI, E. A. Seleção de conteúdos estatísticos para a Educação: uma análise de dissertações e teses. São Paulo. ***Educação Matemática Em Revista***, v. 18-19, p. 35-45, 2005.

JAKOB, A. A. E. *A* ***Krigagem como método de análise de dados demográficos***. XIII Encontro da Associação Brasileira de Estudos Populacionais. Ouro Preto, MG: nov. 2002.

LANDIM, P. M. B. ***Análise estatística de dados geológicos***. São Paulo: Fundação Editora da UNESP. 1998. 226p.

LANDIM, P. M. B. ***Introdução aos métodos de estimação espacial para a confecção de mapas***. Rio Claro: UNESP. Texto Didático 02, 2000. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/ textodi.html. Acesso em maio de 2001.

MARTIN, O. Da estatística política à sociologia estatística. Desenvolvimento e transformações da análise estatística da sociedade (séculos XVII-XIX). ***Revista Brasileira de História***. São Paulo, v. 21, n. 41, p. 13-34. 2001.

MELO, C. R.; *et al*. Krigagem e inverso do quadrado da distância para interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas. ***R. Bras. Ci. Solo***: 27:925-933, 2003.

ISBN 978-85-7764-034-8 - X SEMAT - Anais da X Semana de Matemática