UM ESTUDO ACERCA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO NÚMEROS NATURAIS NAS QUESTÕES OLÍMPICAS

Allyson de Andrade Ramos[1] Sávio Roberto Nascimento Silva[2] Islanita Cecília Alcantara de Albuquerque Lima[3]
Universidade de Pernambuco

INTRODUÇÃO

O estudo de resolução de problemas vem sendo amplamente investigado nas últimas décadas, tendo como um dos pioneiros George Polya (1978). Trata-se de um método não totalmente recente e já explorado por outros pesquisadores. O objetivo deste trabalho não é mostrar algo novo, mas sim como podemos usá-lo esse modo de estudar. Segundo Washington Alves (2010) olimpíadas são vistas pelos alunos de forma positiva por incentivá-los a buscar mais conhecimento para participar das provas. Um dos objetivos da Olimpíada Pernambucana de Matemática (OPEMAT) é “contribuir para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática e aprendizagem nas escolas pernambucanas” (2019). Por essa razão, sua realização é tão relevante no contexto estadual.

OBJETIVOS

Esse estudo tem o intuito de buscar maneiras de auxiliar os estudantes a compreenderem como desenvolver métodos de resolução de problemas através de uma questão que aborda o conjunto dos números naturais na OPEMAT.

METODOLOGIA

Ao estudarmos as questões pretendemos responder às seguintes perguntas a fim de aprofundarmos nos métodos usados:

- O que se pede?
- Qual(is) assunto(s) matemático(s) é(são) abordado(s)?
- Qual(is) método(s) de resolução?
- Como avaliamos o(s) método(s)?
- Que contribuição(ões), esse(s) método(s) pode(m) trazer para o estudo de problemas?

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Questão 1, Nível 1 do ano de 2015 da OPEMAT
Quantos números entre 100 e 999 são ímpares e tem pelo menos 2 algarismos iguais.

- **O que se pede?**

Quantos números entre 100 e 999 são ímpares e tem pelo menos 2 algarismos iguais. Neste caso a questão foi objetiva, porém outros enunciados podem ser mais contextualizados. O primeiro passo é entender o que teremos que responder, se isso não ficar claro para o aluno ele dificilmente conseguirá chegar ao resultado correto.

- **Qual(is) assunto(s) é(são) matemático(s) abordado(s)?**

Conjunto dos naturais, números ímpares, algarismos.

- **Qual(is) método(s) de resolução?**

Método 1

Escrever todos os números de 100 a 999 (conjunto A) e listar em um subconjunto (conjunto B) todos os elementos têm que ser ímpares e ter pelo menos dois algarismos iguais:
A: (100, 101, 102, 103, …, 996, 997, 998, 999)
B: (101, 111, 113, ..., 233, …, 997, 999)
Depois contar o número de elementos de B que é 130 elementos.

Método 2[4]

Entre 100 e 999, existem 900 números, dos quais 450 são ímpares (chamaremos de conjunto A), pois em um conjunto de números naturais consecutivos que tem uma quantidade par de elementos está contido um subconjunto com a metade do número de elementos, sendo todos ímpares, por exemplo, conjunto {1, 2, 3, 4} e subconjunto {1,3}. Contaremos a quantidade dos elementos de A que se escrevem com 3 dígitos diferentes (chamaremos de conjunto B). Nos elementos de B existem 5 possibilidades para o dígito das unidades, sendo elas 1, 3, 5, 7 e 9. Escolhido o dígito das unidades, o dígito das centenas deve ser diferente de zero e do dígito que foi escolhido para as unidades, assim temos 8 possibilidades. Escolhidos os dígitos das unidades e centenas, o dígito das dezenas deve ser diferente dos dígitos das unidades e das centenas, podendo ser zero, assim, existem 8 possibilidades. Consequentemente, pelo princípio multiplicativo, existem 8.8.5 = 320 elementos em B. Se retirarmos o conjunto B (320 números) do conjunto A (450 números) vão restar apenas os números que se escrevem com 2 ou mais dígitos iguais. Dessa maneira, concluímos que existem 450 − 320 = 130 números ímpares entre 100 e 999 que se escrevem com pelo menos dois dígitos iguais.

Método 3

Será usado a notação *c*, *d* e *u* para os dígitos das centenas, dezenas e unidades, respectivamente. Pode-se dizer que existem 5 possibilidades para se preencher *u* {1, 3, 5, 7, 9}. Temos quatro casos em relação aos dígitos, podem ser:

<u>Todos iguais</u> - *u* tem 5 possibilidades, *d* tem uma (igual a *u*), *c* tem uma (igual a *u* e *d*); pelo princípio multiplicativo temos: 5 x 1 x 1 = 5 números, p. ex. {111, 333}.

<u>Dois primeiros iguais</u> - *u* tem 5 possibilidades, *d* tem uma (igual a *c*), *c* tem nove (de 1 a 9); pelo princípio multiplicativo temos: 5 x 1 x 9 = 45 números, p. ex. {225, 557}.

<u>Dois últimos iguais</u> - *u* tem 5 possibilidades, *d* tem uma (igual a *u*), *c* tem nove (de 1 a 9); pelo princípio multiplicativo temos: 5 x 1 x 9 = 45 números, p. ex. {499, 677}.

<u>Primeiro e último iguais</u> - *u* tem 5 possibilidades, *d* tem dez (de 0 a 9), *c* tem uma: pelo princípio multiplicativo temos: 5 x 10 x 1 = 50 números, p. ex. {505, 939}.

Somando todos os números dos quatro casos temos: 5 + 45 + 45 + 50 = 145 números. Porém, o primeiro caso (todos iguais) é uma intersecção dos demais, afinal, o número 111, por exemplo, pertence aos quatro casos, portanto será necessário o reduzir 5 três vezes para não haver repetição na contagem dos números {111, 333, 555, 777, 999}, obtendo 130 números

- **Como avaliamos o método 1?**

Atinge com precisão o objetivo. Havendo poucos números para se analisar, seria excelente seu uso, pois o resultado é encontrado fácil e rapidamente, no entanto, com uma grande quantidade não. Além disso é um método intuitivo e mecânico.

- **Como avaliamos o método 2?**

Consegue chegar ao resultado final correto. Usa-se de habilidades matemáticas sofisticadas, demanda pouco de execução de cálculos e possui raciocínio avançado.

- **Como avaliamos o método 3?**

Usou-se de análise combinatória, um recurso útil nesta situação onde temos dígitos a serem combinados de modo a formar números com restrições, apesar de ser um assunto do Ensino Médio os professores ao estudar para as olimpíadas juntos com os alunos podem investigar assuntos mais avançados, mesmo que não apresente a nomenclatura oficial.

- **Que contribuição(ões), o método 1 pode trazer para o estudo de questões?**

Quando precisarmos do número de vezes que um evento acontece dentro de um conjunto de eventos, escrevemos todos os eventos e separamos os que buscamos contando-os.

- **Que contribuição(ões), o método 2 pode trazer para o estudo de questões?**

Há situações que podemos usar o seguinte procedimento: Seja o conjunto A a soma de dois subconjuntos que chamaremos de B e C, ou seja, “A = B + C”. Sabendo os números de elementos de dois desses conjuntos, conseguimos encontrar o número de elementos do terceiro. No método 2, o conjunto A era os números ímpares entre 100 e 999 (450 elementos). O subconjunto B era os números ímpares de três algarismos diferentes (320 elementos). O subconjunto C era os números ímpares com pelo menos dois algarismos iguais (n elementos). Então: A = B + C, 450 = 320 + n. Consequentemente:
n = 450 - 320 = 130 elementos.

- **Que contribuição(ões), o método 3 pode trazer para o estudo de questões?**

Separar o problema em etapas é uma estratégia que pode ser usada. O que foi feito foi a visualização do problema em blocos, sendo mais simples analisar cada situação do que o todo.

CONCLUSÃO

É evidente que resolver problemas nem sempre é uma tarefa simples, por esse motivo precisamos de ajuda. Observar métodos de resolução, não serve para copiar aquilo que foi feito, mas sim para abrir a mente e começar a entender que podemos usar de estratégias acompanhadas de raciocínio matemático que facilitam o processo de responder a questão. Para obter o melhor rendimento deste método faz-se necessário a investigação sistematizada das questões, como foi feito, de modo a reter delas bases para responder outras. Com isso, queremos promover evolução no desenvolvimento dos alunos com intuito de reproduzir frutos por meio das olimpíadas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Washington José Santos. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública**. São Paulo, 2010

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília : MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

PARÂMETROS Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série) : matemática/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1997.142 p.

PARÂMETROS Curriculares Nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1998. 146 p.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas** . Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SOUTO, Flavia Cristine Fernandes; GUÉRIOS, Ettiène Cordeiro. **O ENSINO DE MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTA**. Paraná, 2017.

1 Estudante de graduação do curso de Licenciatura em Matemática
2 Estudante de graduação do curso de Licenciatura em Matemática
3 Professora adjunta da universidade de Pernambuco
4 Baseado no gabarito que a OPEMAT fornece com adaptações. Disponível em <https://www.opemat.com.br/uploads/provasgabaritos/2015-nivel1-gabarito.pdf>