Modelagem Matemática e Numérica do Processo de Recuperação de Petróleo

Prof. Dr. Luiz Carlos Radtke

XX Semana de Matemática
22 a 25 de setembro de 2020
Universidade Federal de Rondônia – UNIR

Sumário

Sumário

Petróleo

- Petróleo é um combustível fóssil que corresponde a uma substância oleosa cuja densidade é inferior à da água e é inflamável;

Petróleo

- Petróleo é um combustível fóssil que corresponde a uma substância oleosa cuja densidade é inferior à da água e é inflamável;
- A exploração mundial iniciou-se em meados do século XIX e utilizado em larga escala a partir da criação dos motores movidos a gasolina ou a óleo diesel;

Petróleo

- Petróleo é um combustível fóssil que corresponde a uma substância oleosa cuja densidade é inferior à da água e é inflamável;
- A exploração mundial iniciou-se em meados do século XIX e utilizado em larga escala a partir da criação dos motores movidos a gasolina ou a óleo diesel;
- No Brasil, o petróleo foi encontrado em 1939, no estado da Bahia, e, após dois anos, encontrou-se um depósito que apresentava viabilidade econômica para extração, no mesmo estado;

Petróleo

- Na década de 70, o petróleo representava o carro chefe da economia, correspondendo a quase 50% do consumo mundial de energia e mesmo que atualmente seu uso esteja dando lugar a fontes alternativas de energia, ainda é uma das fontes de energia mais utilizadas no mundo.

Petróleo

- Na década de 70, o petróleo representava o carro chefe da economia, correspondendo a quase 50% do consumo mundial de energia e mesmo que atualmente seu uso esteja dando lugar a fontes alternativas de energia, ainda é uma das fontes de energia mais utilizadas no mundo.
- Além da produção de gasolina, querosene e óleo diesel, o petróleo, é utilizado também como matéria-prima para a fabricação de plásticos, borrachas sintéticas, tintas, solventes, produtos cosméticos, asfalto, entre outros.

Extração e Recuperação de Petróleo

O proceso de extração de petróleo é subdividido em três fases:

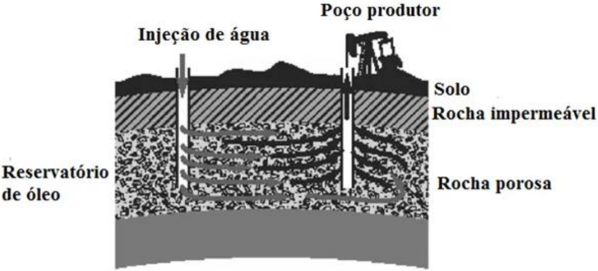
- Recuperação primária;
- Recuperação secundária;
- Recuperação terciária.

Recuperação primária

Durante a fase de recuperação primária, a produção do reservatório vem de uma série de mecanismos naturais. Estes incluem: água natural deslocando óleo para cima, para o poço, a expansão do gás natural na parte superior do reservatório, a expansão do gás inicialmente dissolvido no petróleo bruto, e de drenagem por gravidade resultante da circulação de óleo no alto do reservatório para as partes baixas onde estão localizados os poços. O fator de recuperação durante a fase de recuperação primária é tipicamente 5-15%.

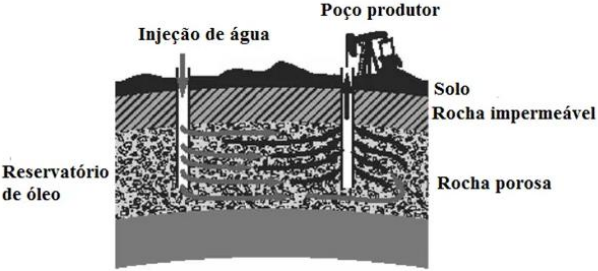
Recuperação Secundária

Após a produção primária do reservatório diminuir, métodos de recuperação secundária são aplicados. Dentre as diversas técnicas de recuperação secundária destacamos o aumento da pressão do reservatório por injeção de água, reinjeção de gás natural e gas lift, o qual injeta ar, gás carbônico ou algum outro gás para o fundo de um poço de produção, reduzindo a densidade global do fluido no poço. O fator de recuperação das operações típicas de inundação com água é de cerca de 30%, dependendo das propriedades do petróleo e as características da rocha reservatório. Em média, o fator de recuperação após as operações de recuperação primária e secundária de petróleo está entre 30 e 50%.



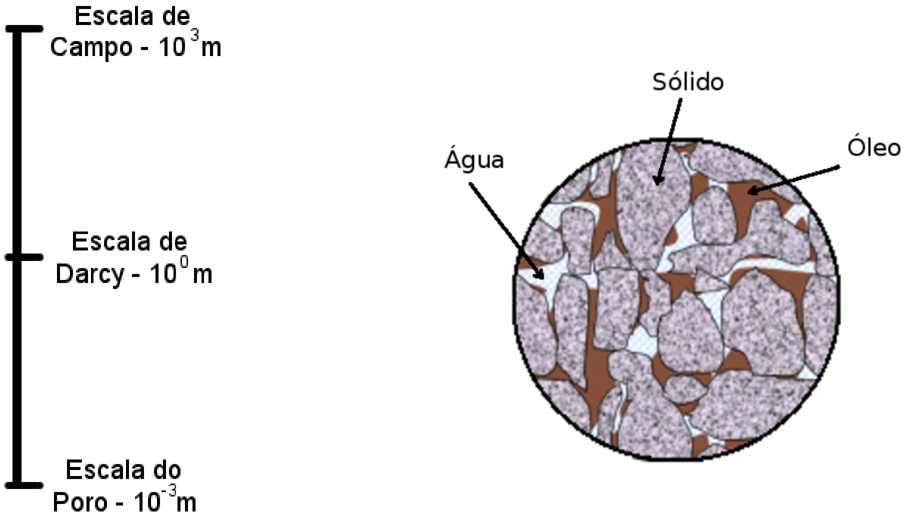
Recuperação Terciária

Métodos terciários, ou recuperação aprimorada de petróleo visam o aumento da mobilidade do óleo, a fim de aumentar a produção. Entre as diversas técnicas, detacamos os métodos termicamente melhorados de recuperação de petróleo (thermally enhanced oil recovery methods, TEOR) são técnicas de recuperação terciária em que se aquece o petróleo, reduzindo assim a viscosidade e facilitando a extração. A injeção de vapor é a forma mais comum de TEOR. Outra técnica utilizada é a injeção de surfactantes (detergentes) para alterar a tensão superficial entre a água e o óleo no reservatório. A recuperação terciária permite que mais 5 a 15% do petróleo do reservatório seja recuperado.

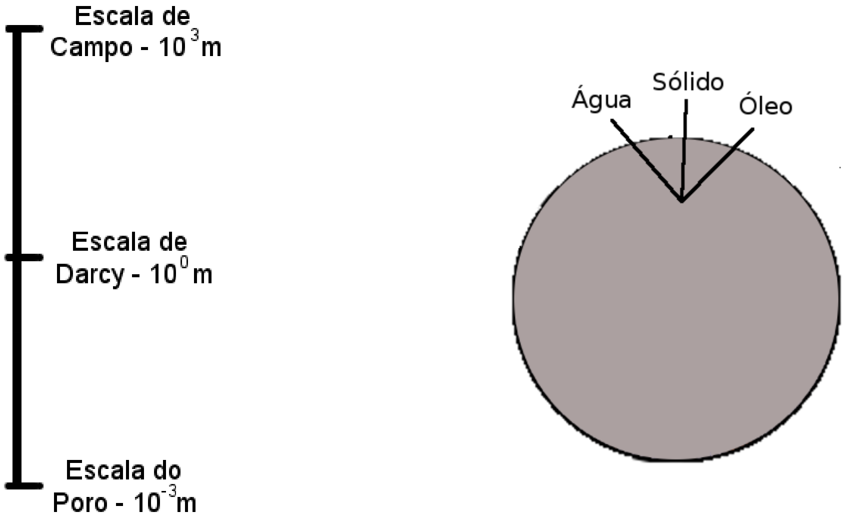


Sumário

Escalas


Escala de
Campo - 10 3 m
Escala de
Darcy - 10 0 m
Escala do
Poro - 10 -3 m
Sólido
Água
Óleo

Escalas

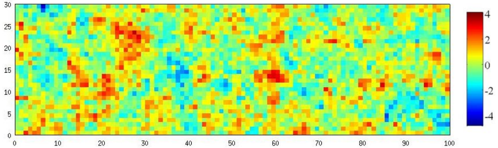

Escala de
Campo - 10^3m
Escala de
Darcy - 10^0m
Escala do
Poro - 10^{-3}m
Água
Sólido
Óleo

Escalas

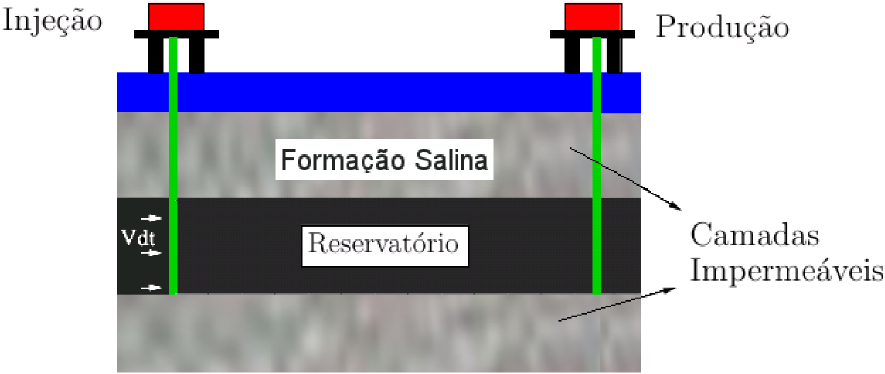
Escala de Campo - 10^{3}m

Escala de Darcy - 10^{0}m

Escala do Poro - 10^{-3}m



Problema Físico



Sumário

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);
- Meio poroso rígido ($\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$);

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);
- Meio poroso rígido ($\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$);
- Meio poroso heterogêneo isotrópico;

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);
- Meio poroso rígido ($\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$);
- Meio poroso heterogêneo isotrópico;
- Pressão capilar nula;

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);
- Meio poroso rígido ($\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$);
- Meio poroso heterogêneo isotrópico;
- Pressão capilar nula;
- Inclusão do empuxo;

Hipóteses Adotadas

- Fluidos incompressíveis ($\rho_w = cte$, $\rho_o = cte$);
- Meio poroso rígido ($\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$);
- Meio poroso heterogêneo isotrópico;
- Pressão capilar nula;
- Inclusão do empuxo;
- Não há troca de massa entre as fases.

Modelagem do Problema

Seja $\Omega_{RES} \subset \mathbb{R}^3$, com fronteira Γ_{RES}, o domínio ocupado por um meio poroso rígido constituído por uma fase sólida e duas fases fluidas coexistentes, as quais denotamos por água (w) e óleo (o). A fração de volume dos espaços intersticiais é dada pela porosidade

$$\phi = \frac{\text{Volume dos poros}}{\text{Volume total}},$$

e o percentual do volume poroso ocupado pela água e óleo são quantificados respectivamente pelas saturações S_w e S_o

$$S_\alpha = \frac{\text{Volume da fase } \alpha}{\text{Volume dos poros}}, \qquad \alpha = w, o,$$

satisfazendo a restrição

$$S_w + S_o = 1. \tag{1}$$

Conservação de Massa

Fazendo uso das hipóteses simplificadoras mencionadas anteriormente, as leis de conservação de massa para as três fases envolvidas são expressas por

$$\phi \frac{\partial (S_\alpha)}{\partial t} + \mathrm{div}\ (\phi S_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = 0, \quad \alpha = w, o. \tag{2}$$

onde $\mathbf{v}_\alpha$ $(\alpha = w, o)$ são as velocidades das fases: água e óleo.
Em meios porosos rígidos, as velocidades de Darcy dos fluidos são definidas da forma

$$\mathbf{v}_{D\alpha} := \phi S_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad \alpha = w, o. \tag{3}$$

Em termos das velocidades de Darcy, os balanços de massa podem ser reescritos da forma

$$\phi \frac{\partial (S_\alpha)}{\partial t} + \mathrm{div}\, \mathbf{v}_{D\alpha} = 0 \quad \alpha = w, o. \tag{4}$$

Conservação de Massa

Somando as equações dos balanços de massa das fases (4) e utilizando (1), obtemos o balanço de massa total do sistema

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}_{Dw} + \mathbf{v}_{Do}) = 0. \tag{5}$$

Definindo a velocidade de Darcy total da mistura fluida da forma

$$\mathbf{v}_{Dt} = \mathbf{v}_{Dw} + \mathbf{v}_{Do}, \tag{6}$$

podemos reescrever (5) da forma

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt} = 0. \tag{7}$$

Lei de Darcy

Para escoamentos multifásicos e na ausência de efeitos capilares, a lei de Darcy é dada por

$$\mathbf{v}_{D\alpha} = -k_{r\alpha}(S_\alpha)\frac{\kappa(\mathbf{x})}{\mu_\alpha}(\nabla p - \rho_\alpha \boldsymbol{g}), \quad \alpha = w, o, \tag{8}$$

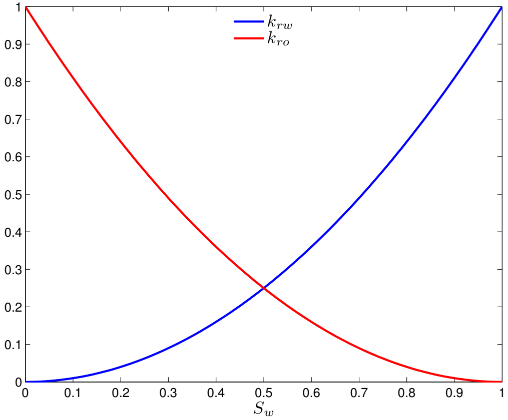
onde μ_α é a viscosidade da fase α, $\kappa(\mathbf{x})$ a permeabilidade hidráulica do meio poroso, $k_{r\alpha}$ a permeabilidade relativa, ρ_α a densidade do fluido α, $\boldsymbol{g}$ a gravidade e $p = p_w = p_o$ a pressão da mistura fluida.
As funções de permeabilidade relativa são obtidas experimentalmente como funções da saturação de água. Adotamos neste trabalho a lei de Brooks e Corey que apresenta dependência quadrática

$$k_{rw} = \frac{(S_w - S_{rw})^2}{(1 - S_{rw})^2}, \tag{9}$$

$$k_{ro} = \frac{(1 - S_w - S_{ro})^2}{(1 - S_{ro})^2}, \tag{10}$$

onde S_{rw} é a saturação residual da água e S_{ro} a saturação residual do óleo.

O comportamento das permeabilidades relativas para saturações residuais nulas é ilustrado abaixo



Lei de Darcy

Definimos as funções de mobilidade total λ_t e fracionárias de fluxo λ_α $(\alpha = w, o)$ a partir das permeabilidades relativas da forma

$$\lambda_t(S_w) := \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o}, \tag{11}$$

$$\lambda_\alpha := \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha \lambda_t(S_w)}, \qquad \alpha = w, o, \tag{12}$$

$$\lambda_w(S_w) + \lambda_o(S_w) = 1. \tag{13}$$

No presente trabalho adotamos a formulação em velocidade total $(\mathbf{v}_{Dt} := \mathbf{v}_{Dw} + \mathbf{v}_{Do})$. Assim somando as leis de Darcy (8) e utilizando as funções de mobilidades em (11) e (12), obtemos a lei de Darcy para a velocidade da mistura

$$\mathbf{v}_{Dt} = -\lambda_t(S_w)\kappa(\mathbf{x})(\phi)\Big(\nabla p - \Big(\lambda_w(S_w)\rho_w + \lambda_o(S_w)\rho_o\Big)\boldsymbol{g}\Big). \tag{14}$$

Lei de Darcy

Uma vez computada a velocidade de percolação da mistura, as velocidades das fases água e óleo são pós-processadas. Utilizando a definição de velocidade total da mistura (6), juntamente com as velocidades das fases (8) e as definições de mobilidades relativas (12), reescrevemos a lei de Darcy da fase água

$$\mathbf{v}_{Dw}(S_w) = \lambda_w(S_w)(\mathbf{v}_{Dt} - \boldsymbol{\eta} k_{ro}(S_w)), \tag{15}$$

onde $\boldsymbol{\eta}$ quantifica a influência do empuxo sobre o movimento da água

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\kappa(\mathbf{x})}{\mu_w}(\rho_w - \rho_o)\boldsymbol{g}. \tag{16}$$

Inserindo-a em (4), podemos escrever a equação de transporte da água em função da velocidade total da mistura ($\mathbf{v}_{Dt}$)

$$\phi\frac{\partial(S_w)}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\lambda_w(S_w)\big(\mathbf{v}_{Dt} - \boldsymbol{\eta} k_{ro}(S_w)\big)\right) = 0. \tag{17}$$

Modelo Matemático para o Reservatório (Ω_{RES})

Achar os campos $\mathbf{v}_{Dt}(\mathbf{x},t)$, $p(\mathbf{x},t)$ e $S_w(\mathbf{x},t)$ satisfazendo

$$\begin{cases} \boxed{\begin{aligned} \beta\frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{v}_{Dt} &= 0 \\ \mathbf{v}_{Dt} &= -\lambda_t(S_w)K(\phi)(\nabla p + \mathbb{E}) \end{aligned}} & \text{Hidrodinâmica} \\ \boxed{\phi\frac{\partial(S_w)}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\underbrace{\lambda_w(S_w)\mathbf{v}_{Dt} - \lambda_w(S_w)\eta k_{ro}}_{\mathbf{v}_{Dw}}\right) = 0} & \text{Transporte} \end{cases}$$

+ condições iniciais e de contorno

Sumário

Equação de difusão (Euler implícito)

Encontrar o par $\{\mathbf{v}_{Dt}^{n,k}, p^{n,k}\}$ tal que

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{Dt}^{n,k} = -\lambda_t(S_w^{n-1})K(\phi)\Big(\nabla p^{n,k} - \mathbb{E}^{n-1}\Big) \\ \beta\dfrac{p^{n,k} - p^{n-1}}{\Delta t_{\mathbf{v}}} + \operatorname{div}\mathbf{v}_{Dt}^{n,k} = 0 \end{cases}$$

onde

$$\mathbb{E}^{n-1} = \Big(\lambda_w(S_w^{n-1})\rho_w + \lambda_o(S_w^{n-1})\rho_o\Big)\boldsymbol{g}$$

+ condições iniciais e de contorno

Formulação Mista Dual

Encontrar o par $\{\mathbf{v}_{Dt}^{n,k}, p^{n,k}\} \in \mathcal{V} \times L^2(\Omega)$ tal que

$$\begin{cases} \left\langle \dfrac{1}{\lambda_t(S_w^{n-1})K(\phi)}\mathbf{v}_{Dt}^{n,k}, \mathbf{v} \right\rangle - \left\langle p^{n,k}, \operatorname{div} \mathbf{v} \right\rangle = \left\langle \mathbb{E}^{n-1}, \mathbf{v} \right\rangle & \forall \mathbf{v} \in \mathcal{X} \\ \left\langle \beta \dfrac{p^{n,k} - p^{n-1}}{\Delta t_{\mathbf{v}}} + \operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt}^{n,k}, q \right\rangle = 0 & \forall q \in L^2(\Omega) \end{cases}$$

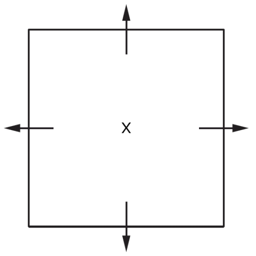
- $H(\operatorname{div}(\Omega)) = \{\mathbf{v} \in \{L^2(\Omega)\}^2; \operatorname{div} \mathbf{v} \in L^2(\Omega)\}$
- $\mathcal{V} = \{\mathbf{v} \in H(\operatorname{div}(\Omega)); \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = Q$ sobre $\Gamma_N^p\}$
- $\mathcal{X} = \{\mathbf{v} \in H(\operatorname{div}(\Omega)); \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$ sobre $\Gamma_N^p\}$

Raviart Thomas (RT_0)

Encontrar o par $\{\mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, p_h^{n,k}\} \in \mathcal{V}_h \times \mathbb{P}^0$ tal que

$$\begin{cases} \left\langle \dfrac{1}{\lambda_t(S_w^{n-1})K(\phi)} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, \mathbf{v}_h \right\rangle - \left\langle p_h^{n,k}, \operatorname{div} \mathbf{v}_h \right\rangle = \langle \mathbb{E}_h^{n-1}, \mathbf{v}_h \rangle & \forall \mathbf{v}_h \in \mathcal{X}_h \\ \left\langle \beta p_h^{n,k} + \Delta t_{\mathbf{v}} \operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, q_h \right\rangle = \langle \beta p_h^{n-1}, q_h \rangle & \forall q_h \in \mathbb{P}^0 \end{cases}$$

- $\mathbb{P}^0 = \{\psi_h \in C^{-1}(\Omega); \psi|_T \in \mathbb{P}_0(T)\}$
- $\mathcal{V}_h = \{\mathbf{v}_{Dt} \in RT_h^0; \mathbf{v}_{Dt} \cdot \mathbf{n} = Q \text{ sobre } \Gamma_N^p\}$
- $\mathcal{X}_h = \{\mathbf{v}_{Dt} \in RT_h^0; \mathbf{v}_{Dt} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ sobre } \Gamma_N^p\}$



Condensação Estática da Pressão

$$
\begin{cases}
\left\langle \dfrac{1}{\lambda_t(S_w^{n-1})K(\phi)} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, \mathbf{v}_h \right\rangle - \left\langle p_h^{n,k}, \operatorname{div} \mathbf{v}_h \right\rangle = \langle \mathbb{E}_h^{n-1}, \mathbf{v}_h \rangle & \forall \mathbf{v}_h \in \mathcal{X}_h \\
\left\langle \beta p_h^{n,k} + \Delta t_{\mathbf{v}} \operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, q_h \right\rangle = \langle \beta p_h^{n-1}, q_h \rangle & \forall q_h \in \mathbb{P}^0
\end{cases}
$$

$$
\boxed{p_h^{n,k}\big|_T = -\frac{\Delta t_v}{\beta_T} (\operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k})\big|_T + p_h^{n-1}\big|_T}
$$

Hidrodinâmica

Encontrar $\mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k} \in \mathcal{V}_h$, tal que

$$
\left\langle \frac{1}{\lambda_t(S_w^{n-1})K(\phi)} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, \mathbf{v}_h \right\rangle + \left\langle \frac{\Delta t_{\mathbf{v}}}{\beta} \operatorname{div} \mathbf{v}_{Dt\ h}^{n,k}, \operatorname{div} \mathbf{v}_h \right\rangle = \langle \mathbb{E}_h^{n-1}, \mathbf{v}_h \rangle + \\
+ \langle p_h^{n-1}, \operatorname{div} \mathbf{v}_h \rangle \quad \forall \mathbf{v}_h \in \mathcal{X}_h
$$

Método Numérico do Transporte (Volumes Finitos)

Kurganov e Tadmor (2000) e Correa e Borges (2013)

Integral da lei de conservação

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_C \left(\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \mathcal{F}(S, \mathbf{v}_{Dt}, \phi, \mathbf{u}) \right) d\Omega dt = 0$$

Saturação média

$$\bar{S}_{ij}^n = \frac{1}{|\mathbf{C}_{ij}|} \int_{\mathbf{C}_{ij}} L_{ij}^n(\mathbf{x}) d\Omega$$

Algoritmo REA (Reconstruct-Evolve-Average)

Reconstrução: Linear por Partes (Convergência quadrática)

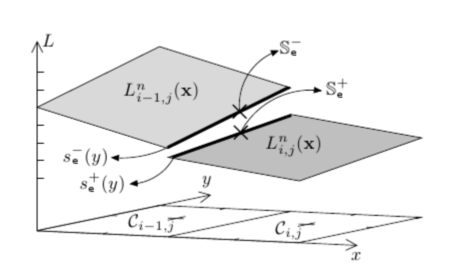
$$L_{ij}^n(\mathbf{x}) = \bar{S}_{ij}^n + (x - x_i)(S_x)_{ij}^n + (y - y_i)(S_y)_{ij}^n, \quad (x, y) = \mathbf{x} \in \mathbf{C}_{ij}$$

Estimativa numérica das derivadas direcionais (Função Min Mod)

$$\begin{aligned}
(S_x)_{ij}^n &= \text{MinMod}\left(\alpha\frac{\bar{S}_{ij} - \bar{S}_{i-1j}}{h_x}, \frac{\bar{S}_{i+1j} - \bar{S}_{i-1j}}{2h_x}, \frac{\bar{S}_{i+1j} - \bar{S}_{ij}}{h_x}\right)\\
(S_y)_{ij}^n &= \text{MinMod}\left(\frac{\bar{S}_{ij} - \bar{S}_{ij-1}}{h_y}, \frac{\bar{S}_{ij+1} - \bar{S}_{ij-1}}{2h_y}, \frac{\bar{S}_{ij+1} - \bar{S}_{ij}}{h_y}\right)
\end{aligned}$$

Restrição:

$$\bar{S}_{ij}^n = \frac{1}{|\mathbf{C}_{ij}|}\int_{\mathbf{C}_{ij}} L_{ij}^n(\mathbf{x})d\Omega$$



Evolução: Restrita a condição CFL

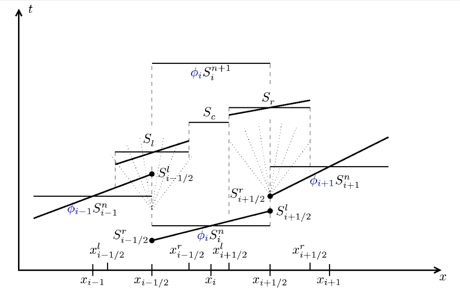
Velocidade máxima de propagação local

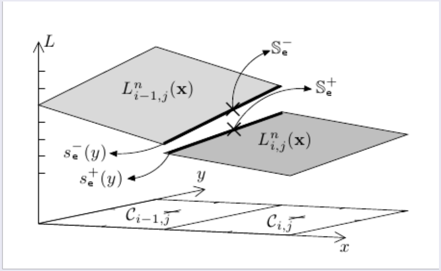
$$\boxed{a_\beta = \frac{\displaystyle\max_{S_w^* \in \left[\mathbb{S}_\beta^{\min}, \mathbb{S}_\beta^{\max}\right]} \left\{ \frac{d\varphi}{dS_w^*} \right\}}{\min\{\phi_\beta, \phi_c\}} \qquad \beta = e, d, s, i}$$

em que

$$\mathbb{S}_\beta^{\min} = \min\left\{ s_\beta^-(\mathbf{x}), s_\beta^+(\mathbf{x}) \right\},$$

$$\mathbb{S}_\beta^{\max} = \max\left\{ s_\beta^-(\mathbf{x}), s_\beta^+(\mathbf{x}) \right\}.$$





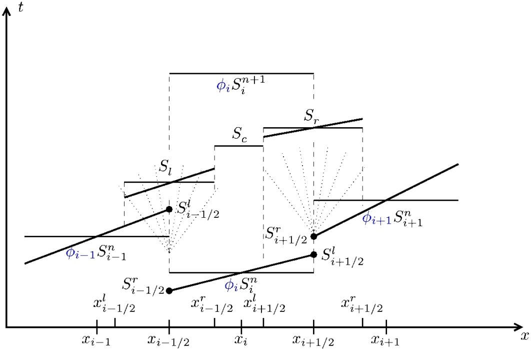
$$S_{C_e} = \frac{1}{2\phi_{C_l}}\left\{\left(\phi_c S_e^+ + \phi_l S_e^-\right) - \frac{1}{a_e}\left[f(S_{e_C}, t^n) - f(S_{e_N}, t^n)\right]\right\}$$

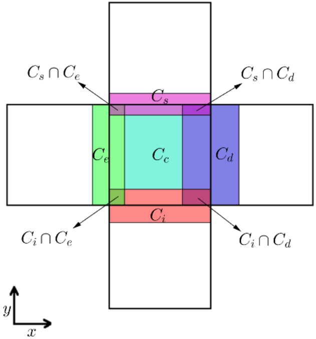
$$S_{C_d} = \frac{1}{2\phi_{C_r}}\left\{\left(\phi_c S_d^- + \phi_r S_d^+\right) - \frac{1}{a_d}\left[f(S_{r_N}, t^n) - f(S_{r_C}, t^n)\right]\right\}$$

$$S_{C_i} = \frac{1}{2\phi_{C_d}}\left\{\left(\phi_c S_i^+ + \phi_d S_i^-\right) - \frac{1}{a_i}\left[g(S_{d_C}, t^n) - g(S_{d_N}, t^n)\right]\right\}$$

$$S_{C_s} = \frac{1}{2\phi_{C_u}}\left\{\left(\phi_c S_s^- + \phi_u S_s^+\right) - \frac{1}{a_s}\left[g(S_{u_N}, t^n) - g(S_{u_C}, t^n)\right]\right\}$$

$$\frac{|\mathbf{C}_c|}{|\mathbf{C}_{ij}|} S_{C_c} = \frac{|\mathbf{C}_c|}{|\mathbf{C}_{ij}|} S_{ij}^n + \Delta\bar{t}\left\{\frac{1}{2}\left[(a_e - a_d)(S_x^n)_{ij} + (a_i - a_s)(S_y^n)_{ij}\right] - \frac{\left[f(S_{r_C}, t^n) - f(S_{e_C}, t^n)\right]}{\phi_c \Delta x} - \frac{\left[g(S_{u_C}, t^n) - g(S_{d_C}, t^n)\right]}{\phi_c \Delta y}\right\}$$





Projeção

$$\bar{S}_{ij} = \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta x}\left\{a_e S_{C_e} + a_d S_{C_d}\right\} + \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta y}\left\{a_i S_{C_i} + a_s S_{C_s}\right\} + \frac{|\mathbf{C}_c|}{|\mathbf{C}_{ij}|} S_{C_c}$$

Formulação Semi-Discreta

$$\frac{dS_{ij}}{dt} = \frac{H_d - H_e}{\Delta x} + \frac{H_s - H_i}{\Delta y}$$

Fluxos numéricos

$$H_\beta = \frac{a_\beta \phi_\beta}{\phi_c + \phi_\beta}\left(S_\beta^+ - S_\beta^-\right) - \frac{1}{\phi_c}\left[\frac{\phi_c \varphi(S_\beta^+) + \phi_\beta \varphi(S_\beta^-)}{\phi_c + \phi_\beta}\right], \quad \text{para } \beta = s, d$$

$$H_\beta = \frac{a_\beta \phi_\beta}{\phi_c + \phi_\beta}\left(S_\beta^+ - S_\beta^-\right) - \frac{1}{\phi_c}\left[\frac{\phi_\beta \varphi(S_\beta^+) + \phi_c \varphi(S_\beta^-)}{\phi_c + \phi_\beta}\right], \quad \text{para } \beta = e, i.$$

Sumário

Comparação com Solução Analítica - Transporte

O problema modelo neste caso consiste na injeção de óleo em um reservatório composto por uma matriz porosa rígida, inicialmente saturada por óleo e água, conforme ilustrado na figura abaixo, com velocidade de percolação total unitária. A forma unidimensional da equação de trasporte para o meio rígido com porosidade unitária ($\phi = 1$) é dada por

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mathbf{v}_{Dw}\right) = 0, \tag{18}$$

onde $\mathbf{v}_{Dw}$ é a velocidade de Darcy da água, a qual, usando (15) com velocidade total constante, pode ser expressa por

$$\mathbf{v}_{Dw} = \lambda_w(S_w)\left(1 + \frac{\kappa(\mathbf{x})}{\mu_w}(\rho_w - \rho_o)gk_{ro}\right).$$

Comparação com Solução Analítica

Considerando a equação (18) juntamente com a condição de contorno

$$S_w = 0 \text{ em } x = 0,$$

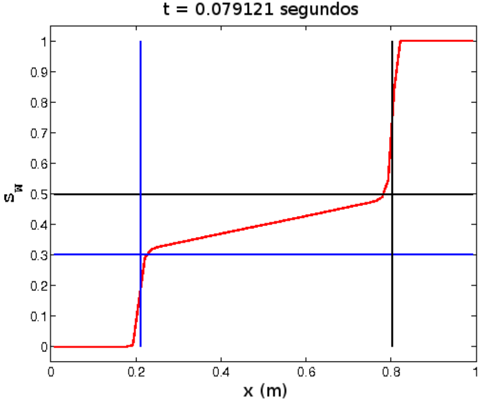
e a condição inicial

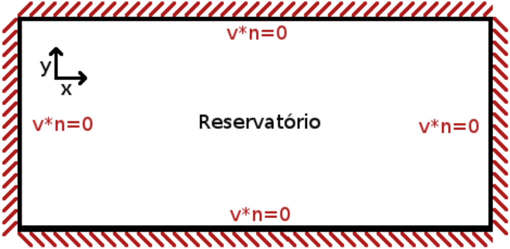
$$\begin{aligned} S_w(x,0) &= 0, \quad x \leq 0,5 \ m, \\ S_w(x,0) &= 1, \quad x > 0,5 \ m, \end{aligned}$$

definimos um problema de Riemann não linear, cuja solução analítica $S_w(x,t)$ pode ser encontrada utilizando a envoltória de Oleinik.

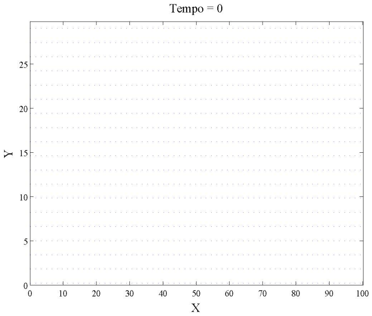
Comparação com Solução Analítica

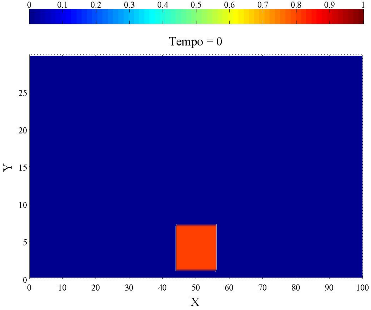
Considerando $\kappa(\mathbf{x})/\mu_w(\rho_w - \rho_o)g = 10$, a solução é caracterizada pela propagação de duas frentes de ondas. Uma com velocidade de -3.4926 m/s, para saturações menores que 0.3015, que ocorre devido à diferença de densidade entre os fluidos, fazendo com que a água escoe no sentido contrário ao da velocidade de injeção, e outra, com velocidade de 4 m/s, para saturações maiores que 0.5001. Ligando as duas ondas de choque temos uma onda de rarefação.



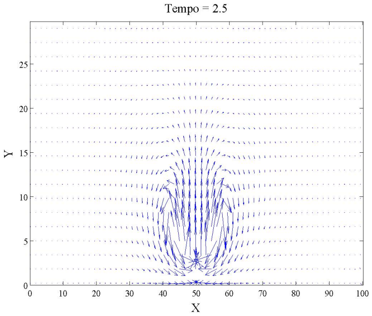

v*n=0
y
x
v*n=0
Reservatório
v*n=0
v*n=0

Velocidade Saturação

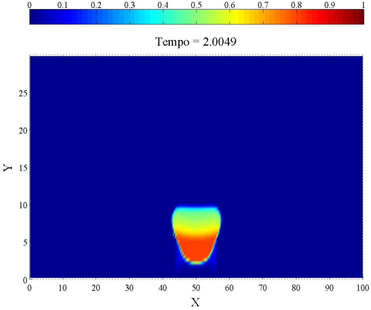




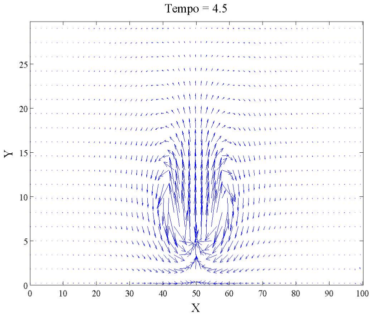
Velocidade



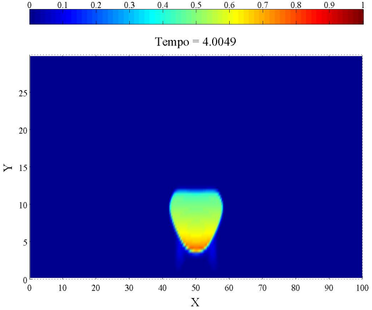
Saturação



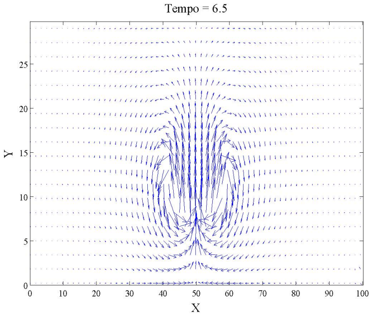
Velocidade

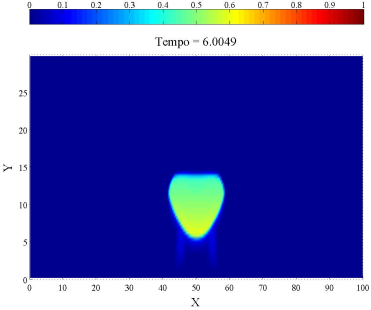


Saturação

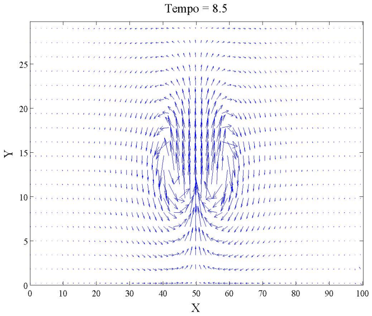


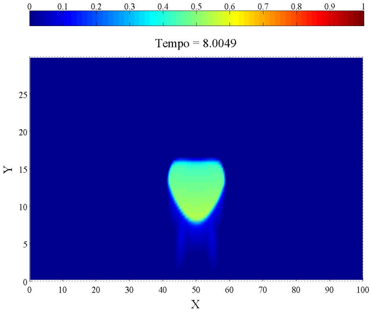
Velocidade   Saturação



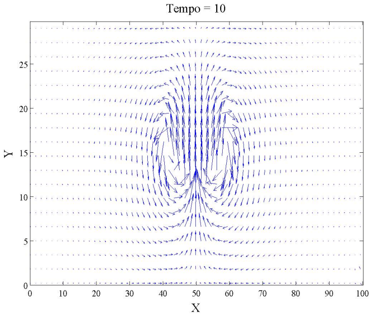


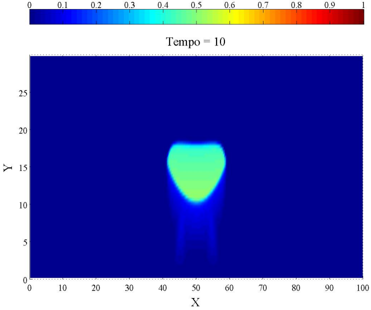
Velocidade Saturação



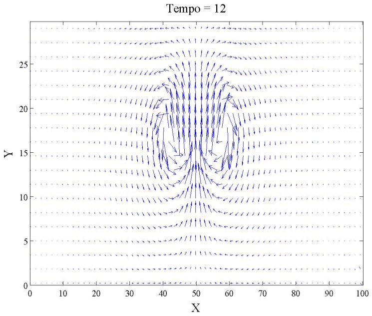


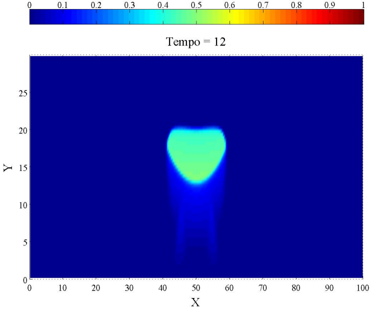
Velocidade   Saturação



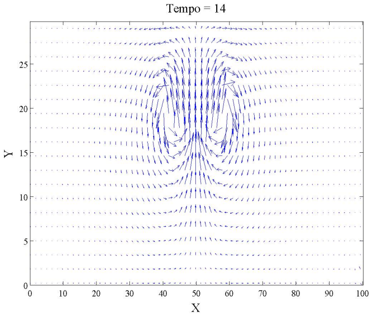


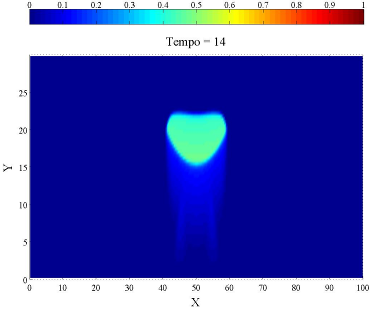
Velocidade Saturação

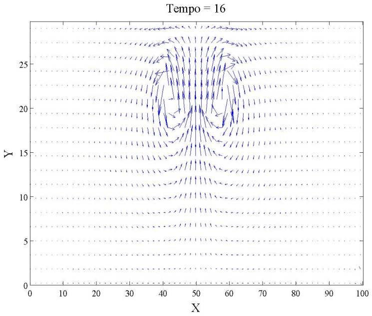


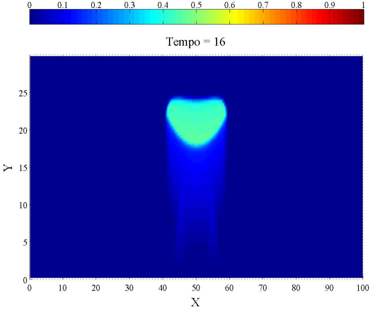


Velocidade Saturação

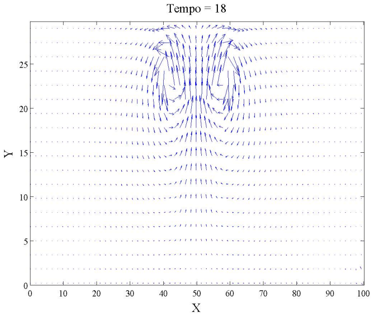


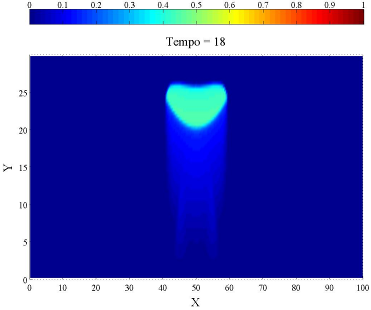



Tempo = 16
0
5
10
15
20
25
Y
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
X

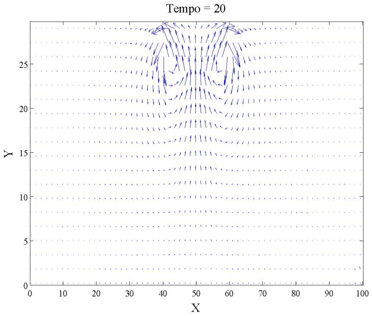

0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
Tempo = 16
0
5
10
15
20
25
Y
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
X

Velocidade Saturação

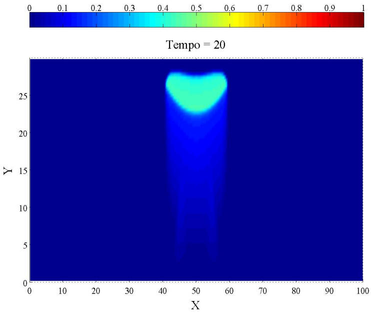




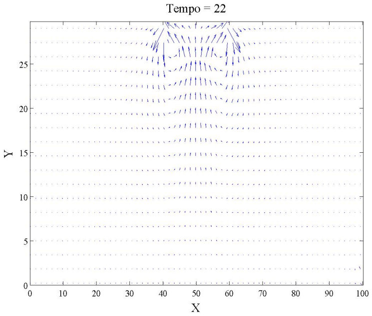
Velocidade

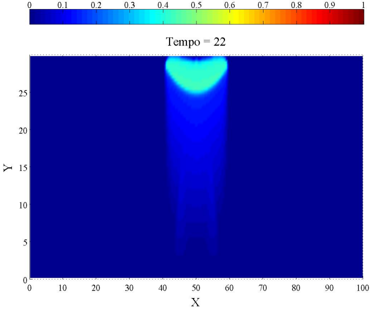


Saturação

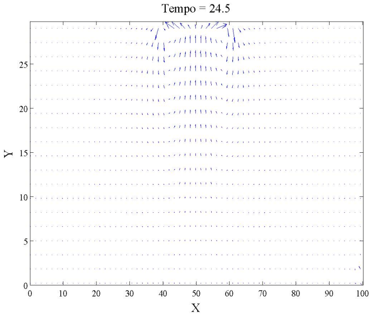


Velocidade	Saturação

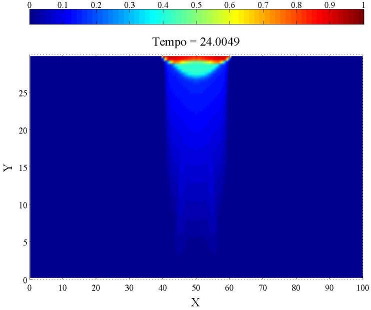


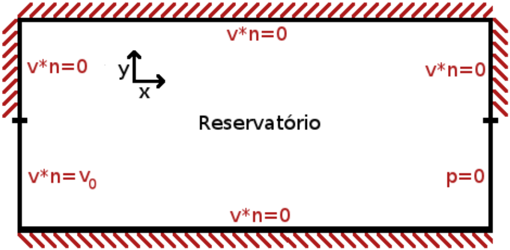


Velocidade

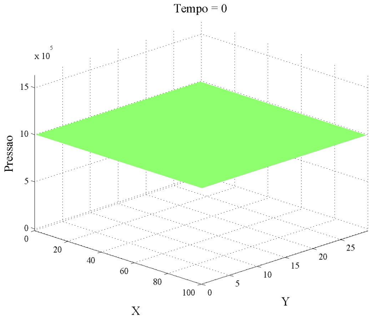


Saturação

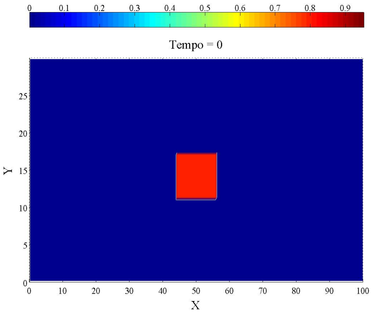



v*n=0
v*n=0
y
x
v*n=0
Reservatório
v*n=v0
p=0
v*n=0

Pressão

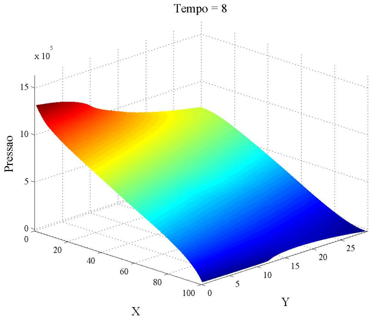


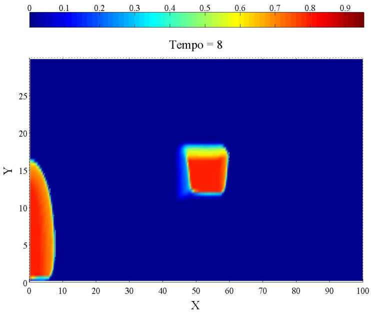
Saturação



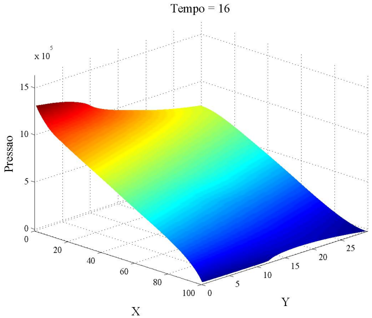
Pressão

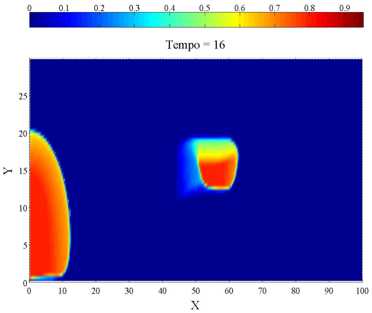
Saturação



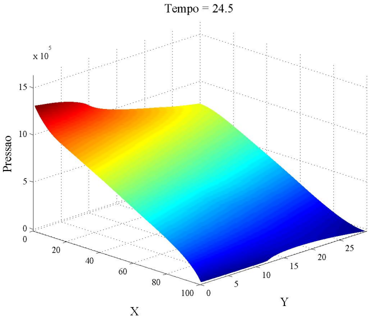


Pressão Saturação

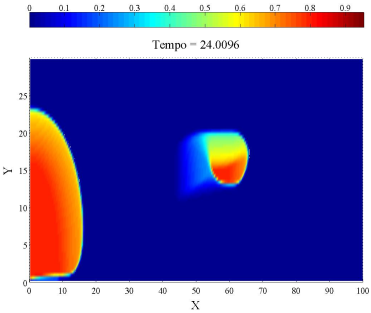


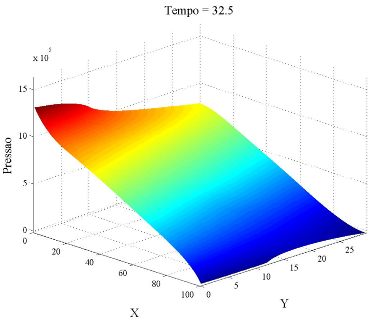


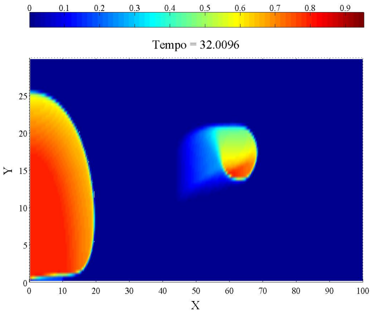
Pressão



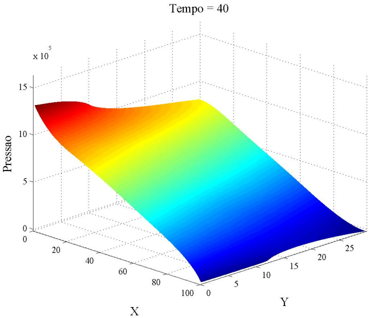
Saturação

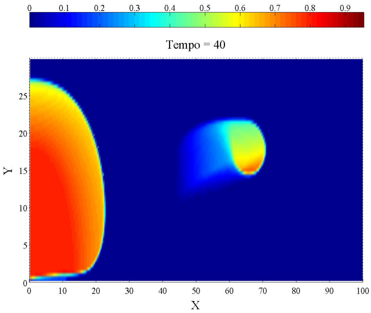



Tempo = 32.5
x 10^5
Pressao
X
Y


0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9
Tempo = 32.0096
Y
X

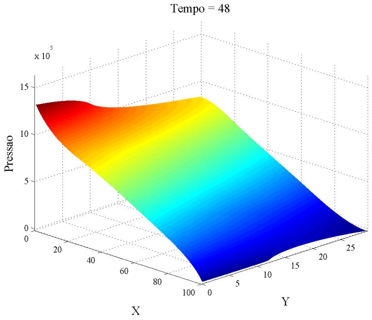
Pressão Saturação

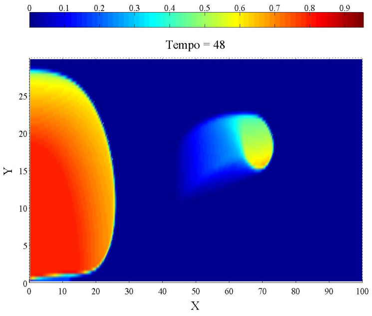




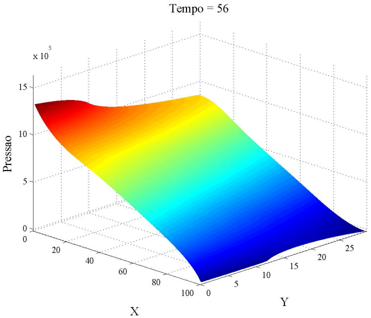
Pressão

Saturação

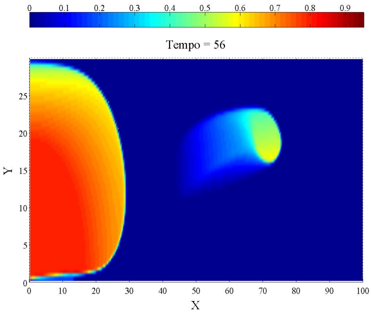


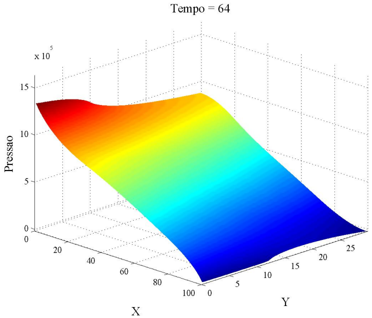


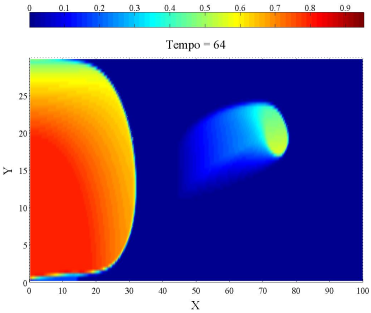
Pressão



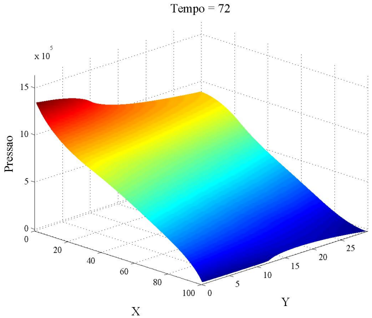
Saturação

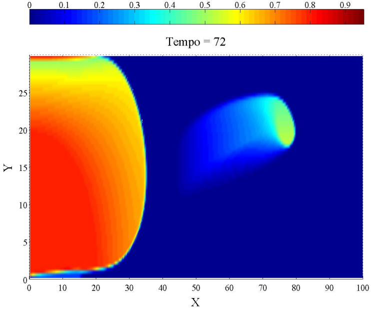



Tempo = 64
x 10^5
Pressao
X
Y

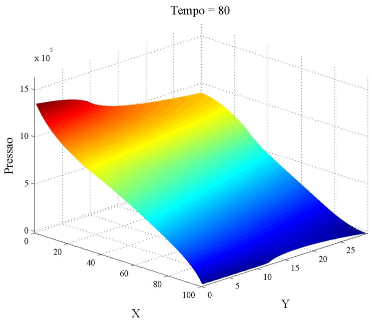

0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9
Tempo = 64
Y
X

Pressão Saturação

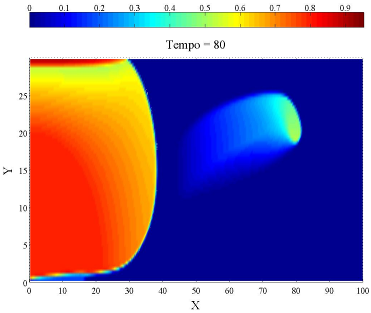




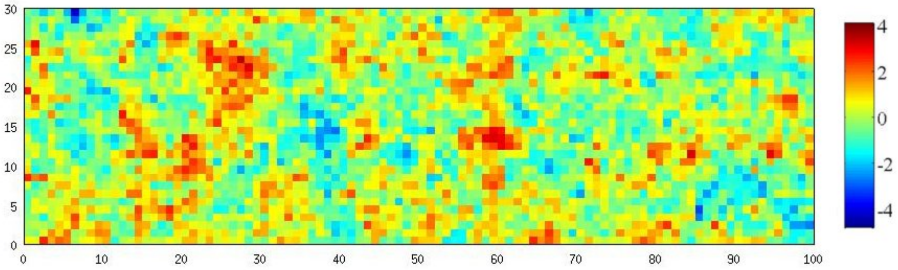
Pressão



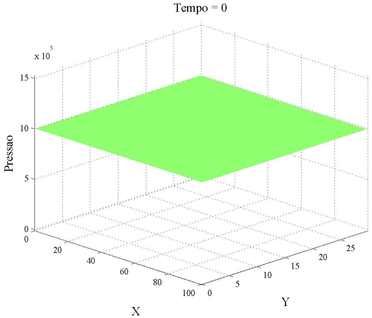
Saturação

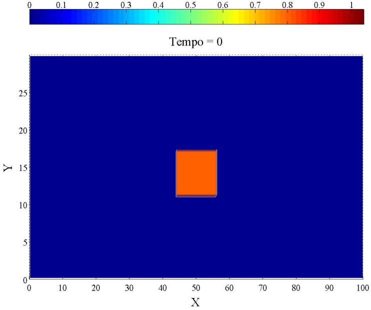


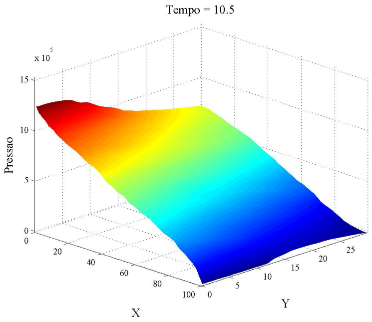
Meio Heterogênio

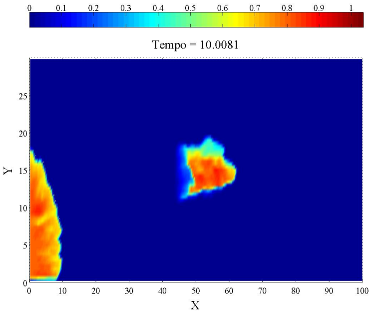


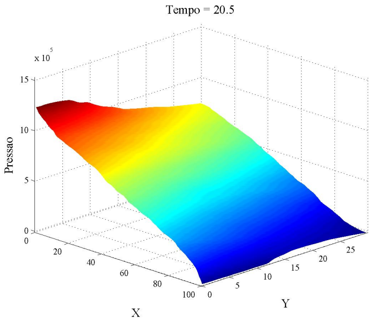
Pressão Saturação

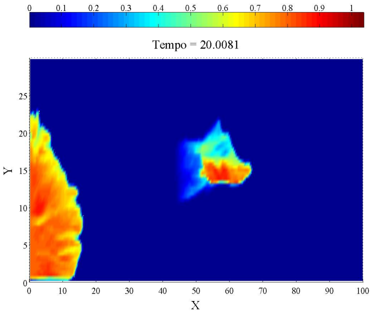




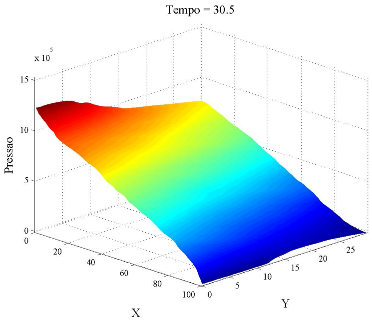

Tempo = 10.5
x 10^5
Pressao
X
Y

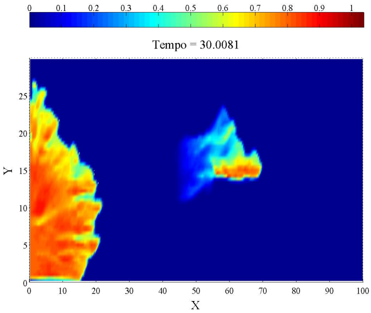

Tempo = 10.0081
X
Y


Tempo = 20.5
x 10^5
Pressao
X
Y

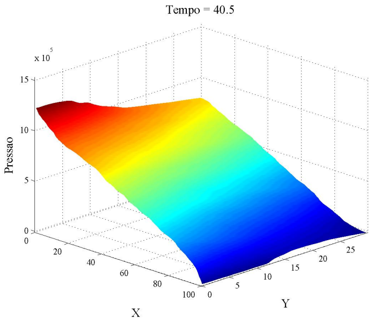

Tempo = 20.0081
X
Y

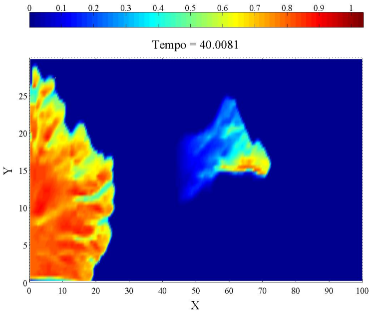
Pressão Saturação



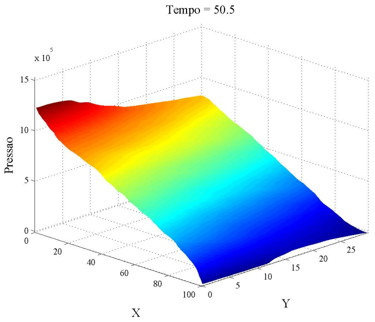


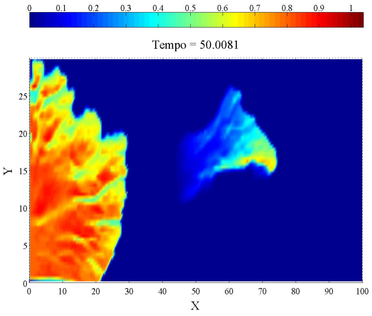
Pressão Saturação



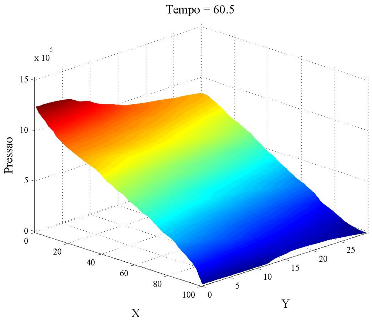


Pressão Saturação

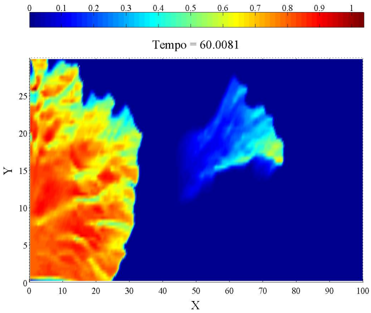


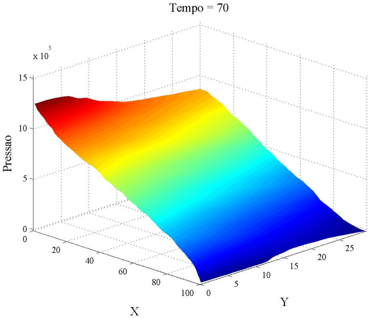


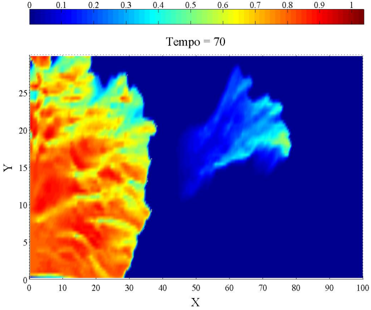
Pressão



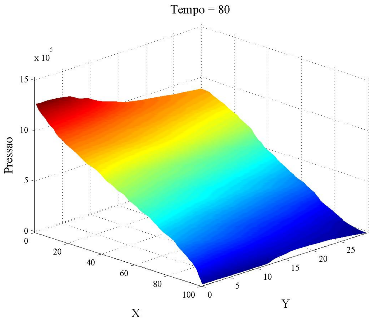
Saturação



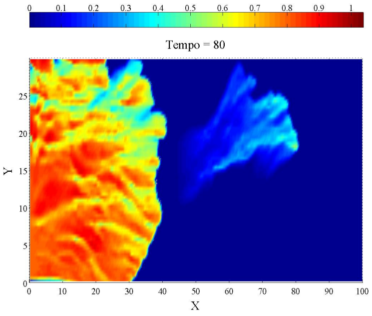

Tempo = 70
x 10^5
15
10
5
0
Pressao
0
20
40
60
80
100
X
0
5
10
15
20
25
Y

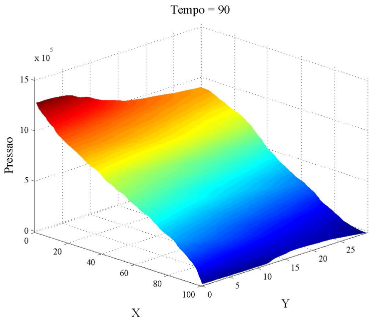

0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
Tempo = 70
25
20
15
10
5
0
Y
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
X

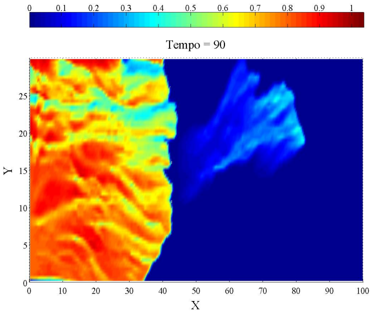
Pressão

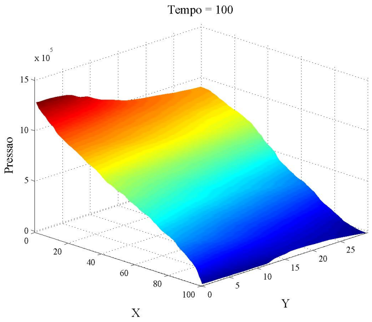


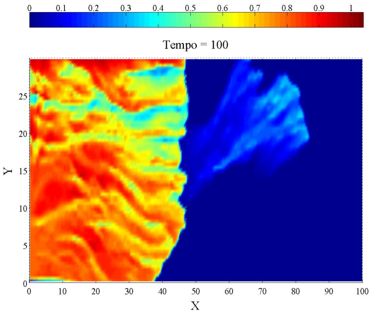
Saturação




Tempo = 90
x 10^5
15
10
5
0
Pressao
0
20
40
60
80
100
X
0
5
10
15
20
25
Y


0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
Tempo = 90
Y
0
5
10
15
20
25
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
X


Tempo = 100
x 10^5
Pressao
X
Y


0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
Tempo = 100
Y
X

Sumário

Conclusões

- Foi feita uma breve explanação sobre as as diferentes formas de recuperação de petróleo e abordamos as suas principais aplicações.
- Foi desenvolvido um novo modelo computacional baseado na formulação iterativamente acoplada para a simulação da prospecção secundária de petróleo;
- Foi executada a comparação com a solução análitica do problema do transporte;
- Outras simulações foram feitas a fim de verificar a resposta física do modelo.

Obrigado!